Microeconomia I

Trabalho para casa 4

1 de Dezembro de 2016

Considere uma empresa que produz apenas um produto a partir de dois fatores, capital e trabalho. Os preços dos fatores são, respetivamente, w e r; l e k são as quantidades de trabalho e capital, respetivamente. A função de produção é a seguinte:

$$f(l, k) = \sqrt{\min\{l, 2k\}}$$

a) Que tipo de rendimentos à escala exibe esta tecnologia? Justifique.

R: Rendimentos decrescentes à escala. De facto, $f(tl, tk) = \sqrt{\min\{tl, 2tk\}} = \sqrt{t}\sqrt{\min\{l, 2k\}} = \sqrt{t}\, f(l, k)$. Uma vez que $\sqrt{t}\, f(l, k) < tf(l, k)$, para todo o $t > 1$, os rendimentos são decrescentes à escala.

b) Resolva o problema de maximização do lucro de longo prazo desta empresa. Determine as funções de procura de factores, a função oferta e a função lucro.

R: Na solução de longo prazo, temos $l^* = 2k^*$. Assim, $\sqrt{\min\{l*, 2k*\}} = \sqrt{l*}$ (também podíamos considerar $\sqrt{\min\{l*, 2k*\}} = \sqrt{2k*}$). O problema da empresa é, então, determinar l^* que resolve: Max $p\sqrt{l} - wl - rl/2$. Calculando a primeira derivada em ordem a l e igualando a 0, vem: $p/(2\sqrt{l*}) - w - r/2 = 0 \Leftrightarrow l(p,w,r) = \left(\frac{p}{2w+r}\right)^2$. Logo, $k(p,w,r) = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{2w+r}\right)^2$. Substituindo na função de produção, obtém-se a função oferta: $y(p,w,r) = \frac{p}{2w+r}$. Finalmente, a função lucro é dada por: $\pi(p,w,r) = \frac{p^2}{2w+r} - w\left(\frac{p}{2w+r}\right)^2 - \frac{r}{2}\left(\frac{p}{2w+r}\right)^2$.

c) Assuma agora que o factor capital é fixo no curto prazo ($k = k'$). Resolva o problema de maximização do lucro de curto prazo.

R: Na solução de curto prazo, temos $l' \leq 2k'$ (unidades adicionais de l' não contribuiriam para a produção, mas aumentariam os custos, reduzindo o lucro). Assim, $\sqrt{\min\{l', 2k'\}} = \sqrt{l'}$. O problema da empresa é, então, determinar l' que resolve: Max $p\sqrt{l} - wl - rk'$. Calculando a primeira derivada em ordem a l e igualando a 0, vem: $p/(2\sqrt{l'}) - w = 0 \Leftrightarrow l(p,w,r,k') = \left(\frac{p}{2w}\right)^2$ desde que $\left(\frac{p}{2w}\right)^2 \leq 2k'$. Caso contrário, temos $l(p,w,r,k') = 2k'$.