Instituto Superior de Economia e Gestão

Análise Matemática I

Licenciatura em MAEG

Algumas soluções numéricas do exame de 10 de Janeiro de 2017

Nota muito importante: aqui apenas estão escritos alguns resultados numéricos dos exercícios de exame; servem apenas para que, uma vez concluído o exercício, possam comparar os resultados que obtiveram;

1. (a) $A = [-\sqrt{2}, -1[\cup] - 1, 1[\cup]1, \sqrt{2}]$;

   (b) $MajB = [1, +\infty[$; $MinB =] - \infty, 0]$; máximo=1; mínimo - não existe;

   (c) $fr(B) = B \cup \{0\}$; $ad(A \cap \mathbb{Q}) = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$;

   (d) i)P.V : por exemplo $1 - \frac{1}{n} \in A$ e $\lim 1 - \frac{1}{n} = 1 \notin A$;

2.(b) $-\frac{\ln|1+x|}{2} + 3(1+x)^{-1} + \frac{\ln|1-x|}{2}$;

3 a) $k = 0$;

   (b) $f'(0^+) = 1/2$; $f'(0^-) = 0$;

   c) $y = \frac{\pi}{2} - 1$;

5. Pontos impróprios 0 e 3: No ponto 0 comparar com $\int_0^1 \frac{1}{x^{\frac{\alpha}{2}-\frac{5}{2}}} dx$, convergente sse $0 < \alpha < 7$;

   No ponto 3 comparar com $\int_1^3 \frac{1}{(3-x)^{\frac{1}{6}}} dx$, conv para todo α.

   Logo o integral dado é convergente sse $0 < \alpha < 7$;

6.(a) $f'(1) = -1$; (começar por calcular, pela definição de limite segundo Heine $f(1) = 2$ e depois aplicar tb a definição de limite segundo Heine para calcular por definição $f'(1)$);

6.(b) Comece por notar que $f'(-1) = 1$ (de novo pela def de limite segundo Heine e pq f' é contínua). Agora aplicando o teo do valor intermédio de Bolzano à função f' no intervalo $[-1, 1]$ sai o resultado.