LISBON SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

U LISBOA | UNIVERSIDADE DE LISBOA

ESTATÍSTICA II – Miniteste 1 – 24 / 02 / 2017 – Turno 3 – RESOLUÇÃO

Nome: ____ **Número:** __________

1. Seja X uma variável aleatória de média $E(X) = \frac{\theta+1}{\theta+2}$, com $0 < x < 1, \quad \theta > -1$.
Observou-se uma amostra casual de dimensão 10, tendo-se obtido $\sum_{i=1}^{10} x_i = 6$.

a) Prove que o estimador para θ pelo método dos momentos é: $\tilde{\theta} = \frac{1-2\bar{X}}{\bar{X}-1}$

O estimador para θ pelo método dos momentos, $\tilde{\theta}$, obtém-se igualando o primeiro momento da população ao correspondente momento da amostra:

$$\tilde{\theta}: E(X) = \bar{X} \iff \frac{\theta+1}{\theta+2} = \bar{X} \iff \theta + 1 = (\theta+2)\bar{X} \iff \theta\bar{X} - \theta = 1 - 2\bar{X} \iff$$

$$\theta(\bar{X} - 1) = 1 - 2\bar{X}\ .$$

O estimador para θ pelo método dos momentos é:

$$\tilde{\theta} = \frac{1-2\bar{X}}{\bar{X}-1}$$

b) A estimativa para θ obtida pelo método dos momentos com base na amostra apresentada …

- ☐ … é igual a 0.6;
- X … é igual a 0.5;
- ☐ … é igual a -0.5;
- ☐ … o valor obtido não é admissível.

2. De uma população X de média $E(X) = 2\beta$ e variância $var(X) = 2\beta^2$, onde $\beta > 0$, foi retirada uma amostra casual $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ de dimensão *n*. Sabendo que o estimador de máxima verosimilhança para β é igual a $\bar{X}/2$, pode-se concluir que o estimador de máxima verosimilhança para a variância de *X* …

- ☐ … não pode ser obtido porque a informação dada é insuficiente;
- ☐ … é igual a $\bar{X}^2$;
- ☐ … é igual a $4\bar{X}^2$;
- X … é igual a $\frac{1}{2}\bar{X}^2$.