ESTATÍSTICA II – Miniteste 2 – 03/03/2017 – Turno 3

Nome: ____ **Número:**____________

1. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra casual retirada de uma população uniforme no intervalo $(0, \theta)$. Mostre que o estimador $2\bar{X}$ é consistente para θ.

$$X \sim U(0,\theta), E(X) = \frac{\theta}{2}, Var(X) = \frac{\theta^2}{12}$$

$$E(2\bar{X}) = 2E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{2}{n}\big(E(X_1) + E(X_2) + \cdots + E(X_n)\big) = \frac{2}{n} nE(X) = \theta$$

ou $E(2\bar{X}) = 2E(\bar{X}) = 2E(X) = 2\frac{\theta}{2} = \theta$

$$(1) \lim_{n\to+\infty} E(2\bar{X}) = \lim_{n\to+\infty} \theta = \theta$$

$$Var(2\bar{X}) = 4Var\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{4}{n^2}\big(Var(X_1) + Var(X_2) + \cdots + Var(X_n)\big) = \frac{4}{n^2} nVar(X) = \frac{\theta^2}{3n}$$

ou $Var(2\bar{X}) = 4Var(\bar{X}) = 4\frac{Var(X)}{n} = \frac{4\theta^2}{12n} = \frac{\theta^2}{3n}$

$$(2) \lim_{n\to+\infty} Var(2\bar{X}) = \lim_{n\to+\infty} \frac{\theta^2}{3n} = 0$$

Como se verificam as condições (1) e (2) o estimador $2\bar{X}$ é consistente para θ.

2. Suponha que a variância de um estimador (T) centrado é igual ao limite inferior da desigualdade de Fréchet-Cramér-Rao. Então, pode-se afirmar que o estimador T

- [ ] não é o estimador de variância mínima na classe de estimadores centrados.
- [ ] não é o mais eficiente na classe de estimadores centrados.
- [ ] é o mais consistente na classe de estimadores centrados.
- [x] tem o menor erro quadrático médio na classe de estimadores centrados.