

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA 2017-2018

Programação por Metas

1. Resolva o seguinte problema de programação por metas:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = \{s_1^+; s_2^-; s_3^- + s_3^+\} \\ \text{s. a} \quad & x_1 + 2x_2 + s_1^- - s_1^+ = 20 \\ & 4x_1 - x_2 + s_2^- - s_2^+ = 40 \\ & 2x_1 + x_2 + s_3^- - s_3^+ = 40 \\ & x_1, x_2, s_1^-, s_1^+, s_2^-, s_2^+, s_3^-, s_3^+ \geq 0 \end{aligned}$$

2. Considere o seguinte problema de programação por metas:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = P_1 s_1^- + P_2 s_2^+ + P_3 s_3^- + P_4 (s_4^- + s_4^+) \\ \text{s. a} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 200 \\ & 8x_1 + 5x_2 + s_1^- - s_1^+ = 400 \\ & x_1 - x_2 + s_2^- - s_2^+ = 10 \\ & x_2 + s_3^- - s_3^+ = 140 \\ & x_1 + s_4^- - s_4^+ = 40 \\ & x_1, x_2, s_1^-, s_1^+, s_2^-, s_2^+, s_3^-, s_3^+, s_4^-, s_4^+ \geq 0 \end{aligned}$$

- Resolva o problema.
- Indique uma alteração das metas que dê origem a soluções alternativas.

3. Determine o conjunto ideal do seguinte problema de programação por metas e resolva-o:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = \{s_1^-; s_2^-\} \\ \text{s. a} \quad & x_1 \leq 60 \\ & x_1 - x_2 \geq 0 \\ & 6x_1 + 9x_2 \leq 540 \\ & x_2 + s_1^- - s_1^+ = 30 \\ & x_1 + s_2^+ - s_2^- = 40 \\ & x_1, x_2, s_1^-, s_1^+, s_2^-, s_2^+ \geq 0 \end{aligned}$$

4. Uma empresa dispõe de 5×10^5 u.m. para gastar na campanha publicitária de lançamento de um novo produto. Pretende usar na campanha cartazes e spots televisivos sobre os quais tem a seguinte informação:

	custos (u.m.)	impacto (n° de pessoas)
spots (20 sg)	4×10^3	8×10^4
cartazes	20	1500

A empresa pretende (por ordem decrescente de importância):

- não exceder o orçamento
- editar pelo menos 20 mil cartazes
- atingir com os spots televisivos pelo menos 1 milhão e 500 mil potenciais clientes

- a) Proponha uma campanha publicitária. Justifique.
- b) Nas condições pretendidas, qual é o número máximo de potenciais compradores que é possível atingir com cada veículo publicitário? Justifique.

5. Resolva o seguinte problema de programação por metas:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = P_1 s_1^- + P_2 s_2^- + P_3 s_3^- \\
 \text{s. a} \quad & x_2 + s_1^- - s_1^+ = 5 \\
 & -x_1 - x_2 + s_2^- - s_2^+ = 4 \\
 & x_3 + s_3^- - s_3^+ = 3 \\
 & x_2 \leq 2 \\
 & x_3 \leq 3 \\
 & x_1, x_2, x_3, s_1^-, s_1^+, s_2^-, s_2^+, s_3^-, s_3^+ \geq 0
 \end{aligned}$$

6. Considere o seguinte problema de programação por metas:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Z = \{s_1^-; s_2^- + s_2^+; s_3^-\} \\
 \text{s. a} \quad & x_1 - x_2 + s_1^- - s_1^+ = 0 \\
 & 3x_1 + 5x_2 + s_2^- - s_2^+ = 15 \\
 & x_1 + s_3^- - s_3^+ = 4 \\
 & x_1, x_2, s_1^-, s_1^+, s_2^-, s_2^+, s_3^-, s_3^+ \geq 0
 \end{aligned}$$

- a) Resolva-o graficamente.
- b) Resolva-o pelo método de simplex.

7. Uma fábrica de pequena dimensão localizada no norte do país produz conservas de peixe que vende no mercado interno e externo. Atualmente, o mercado interno, que está limitado a lojas *gourmet*, absorve apenas 5% da produção total anual. Como, ao contrário de outros, o sector da indústria conserveira nacional se encontra em crescimento, a administração pretende aumentar os níveis de produção da fábrica no próximo ano. A fábrica produz atualmente 50 mil latas de sardinha e 30 mil latas de atum por ano. A conserva de sardinha é vendida ao preço médio de 4 e 5 euros a lata no mercado interno e externo, respetivamente. A receita média da conserva de atum é de 2 e 3 euros a lata no mercado interno e externo, respetivamente. Para estabelecer o plano de produção para o próximo ano, a administração da fábrica estabeleceu as seguintes metas, por ordem decrescente de importância:

- 1 - Aumentar a receita total anual em pelo menos 10%.
- 2 - Limitar a produção anual de conserva de sardinha e de atum a 55 mil e 35 mil latas, respetivamente.
- 3 - Aumentar a produção anual em pelo menos 2 mil latas para o mercado interno e não permitir um aumento de produção anual para o mercado externo de mais de mil latas.

Formalize, como um problema de programação por metas, o problema cuja solução permitirá à administração da fábrica estabelecer o plano de produção para o próximo ano, indicando o significado de todas as variáveis e funções que utilizar.

8. Uma empresa vai iniciar a produção de dois novos componentes eletrónicos, C1 e C2. Numa fase inicial, serão disponibilizadas 40 horas semanais de mão-de-obra para produzir os novos componentes, sendo que, em média, a produção unitária dos componentes requer uma hora de mão-de-obra. Estima-se que as vendas semanais não ultrapassem as 24 unidades do componente C1 e as 30 unidades do componente C2, tendo os lucros unitários de C1 e C2 sido estimados em 80 e 40 u.m., respetivamente.

Foram estabelecidos os seguintes objetivos, por ordem decrescente de importância:

- 1- Evitar a subutilização da capacidade produtiva.
- 2- Produzir o maior número possível de componentes, de acordo com a contribuição para o lucro de cada componente.
- 3- Evitar a contratação de mão-de-obra adicional.

Formalize, como um problema de programação por metas, o problema cuja solução permitirá estabelecer um plano de produção dos novos componentes. Indique o significado de todas as variáveis e funções que utilizar.

9. Uma unidade de investigação científica com vinte membros recebeu um financiamento no valor de 120 mil u.m. para utilizar ao longo do corrente ano nas seguintes atividades: contratação de investigadores pelo período de um ano, organização de seminários e de cursos de formação e participação em congressos de membros da unidade. A unidade, que tem despesas fixas mensais no valor de 1200 u.m., gasta 1000 u.m. num seminário e 5000 u.m. num curso de formação, respetivamente. Um investigador contratado custa à unidade 3300 u.m. por mês e, pela participação de um membro num congresso, para além dos custos de inscrição e de viagem, a unidade paga ao seu membro 80 u.m. por dia para despesas diversas. Os dados referentes aos congressos agendados para o ano corrente são:

País	EUA	JAPÃO	ITÁLIA	REINO UNIDO
Preço da inscrição (u.m.)	450	600	300	350
Preço da viagem (u.m.)	900	1000	290	210
Data de realização	22 a 25 de Março	15 a 19 de Maio	15 a 18 de Maio	2 a 7 de Agosto

Para o ano corrente, o coordenador da unidade estabeleceu os seguintes objectivos, por ordem decrescente de importância: (1) a participação de pelo menos cinco membros em cada congresso; (2) a organização de pelo menos quatro seminários e dois cursos de formação; (3) a contratação de pelo menos um investigador; (4) a participação em congressos do maior número possível de membros. Formalize o problema do coordenador da unidade como um problema de programação por metas, indicando o significado de todas as variáveis e funções.

10. O proprietário de uma cadeia de livrarias acaba de receber de uma editora uma remessa de 5000 livros infantis. Dessa remessa, 100 livros serão oferecidos aos filhos dos funcionários das livrarias e pelo menos 2000 serão colocados à venda em quatro lojas, das quais duas estão localizadas em centros comerciais. Os restantes livros serão oferecidos a uma instituição de solidariedade social. O proprietário da cadeia de livrarias pretende, por ordem decrescente de prioridade:

- 1) Colocar à venda nas lojas localizadas em centros comerciais pelo menos 70% do número total de livros a comercializar;
- 2) Colocar à venda pelo menos 500 livros em cada loja localizada fora de um centro comercial;
- 3) Colocar à venda igual número de livros nas lojas localizadas em centros comerciais;
- 4) Por cada 100 livros colocados numa loja oferecer pelo menos 2 livros à instituição de solidariedade social.

Formalize, como um problema de otimização por metas, o problema cuja solução permitirá ao proprietário da cadeia de livrarias tomar uma decisão sobre a colocação dos livros nas lojas.