

# 1. (a) Limitações do ~~processo~~ mod. Black-Scholes:

(i) Os processos de preço na realidade não são contínuos:

0,4 têm saltos ao contrário do que é modelado pelo mod. Black-Scholes (processo de preços com traj. contínuo)

(ii) A distrib. empírica dos retornos de activos tem caudas

0,4 pesadas e não é normal como seria no caso do mod. Black-Scholes

(iii) As volatilidades implícitas <sup>calculadas a partir de dados empíricos</sup> não são constantes

0,4 sendo varia o strike ou as maturidades (ao contrário do que é suposto pelo mod. B-S.)

0,8 Os modelos de Lévy permitem introduzir saltos nos traj. dos preços, Considera dist. com caudas pesadas - por os retornos e gran volat. implícitas empíricas com os dados empíricos

1(b) Composição de Lévy-Itô:

0,5

$$L = \underbrace{L^{(1)}}_{bt} + \underbrace{L^{(2)}}_{\sum_{|x| \leq 1} \tilde{v} \tilde{w}_t} + \underbrace{L^{(3)}}_{\int_{|x| \geq 1} \tilde{x} \mu^L(ds, dx)} + \underbrace{L^{(4)}}_{\int_{|x| \geq 1} \tilde{x} (\mu^L - \mu^N)(ds, dx)}$$

$$X(t) = bt + \underbrace{B_A(t)}_{\text{Brownian}} + \int_{|x| < 1} \tilde{x} \tilde{N}(t, dx) + \int_{|x| \geq 1} \tilde{x} N(t, dx) \rightarrow \text{processos independentes}$$

Interpretação Financeira dos termos

(1)  $\int_{|x| < 1} \tilde{x} \tilde{N}(t, dx) \rightarrow$  parte correspondente aos saltos "pequenos" <sup>compensados</sup>  
 $\rightarrow$  se  $V$  é i.i.p. (actividade i.i.p.), este termo representa as flutuações ~~estocásticas~~ que resultam de interações choques de oferta e procura do activo  $\Rightarrow$  este termo tem momento finito de todos os ordens  
 $\int_{|x| \geq 1} \tilde{x} N(dt, dx) \rightarrow$  parte dos saltos grandes  $\rightarrow$  "choques" instantâneos que podem produzir movim. inesperados