Instituto Superior de Economia e Gestão
Análise Matemática II
Licenciatura em MAEG

Ficha de exercícios n^o 1

Séries de termos reais

Exercício 1 *Determine para que valores de x convergem as séries e calcule a sua soma:*

a) $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{x}{x+1}\right)^n$
b) $\sum_{n\geq 0}(1-|x|)^n$
c) $\sum_{n\geq 0}x$
d) $\sum_{n\geq 1}\frac{x}{n^2+n}$.

Exercício 2 *Utilize a teoria das séries geométricas para calcular os racionais correspondentes às dízimas infinitas periódicas:*

a) $3,(6)$
b) $1,(18)$
c) $1,01(08)$
d) $1,(123)$
e) $0,(9)$.

Exercício 3 *Calcule a soma das seguintes séries:*

a) $\sum_{n\geq 0}3^{-(5n+1)}$
b) $\sum_{n\geq 2}\frac{2^n+3^n}{6^n}$
c) $\sum_{n\geq 2}\frac{1}{n^2-1}$
d) $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{(2n-3)(2n-1)}$
e) $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{2^{n-2}}+\frac{3}{2^n}\right)$.

Exercício 4 *Prove que se existe em $\mathbb{R}$ $\lim_{n\to\infty} a_n$ então a série $\sum_{n\geq 1}(a_n-a_{n+k})$ é convergente e a sua soma é $a_1+a_2+...+a_k-k\lim_{n\to\infty} a_n$.*

Exercício 5 *Determine a natureza das seguintes séries e a soma das que são convergentes:*

a) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$

b) $\sum_{n\geq 3} \frac{1}{n^2-4}$

c) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n\,(n+k)}$, $k \in \mathbb{N}$

d) $\sum_{n\geq 1} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$

e) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n\,(n+3)\,(n+6)}$.

Exercício 6 *Mostre que se $a_n \neq 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$, e $\sum_{n\geq 1} a_n$ converge, então $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{a_n}$ é divergente.*

Exercício 7 *Sendo a_n uma sucessão real tal que $a_n \to +\infty$, indique, justificando, a natureza da série $\sum \frac{a_n}{1+a_n}$.*