Instituto Superior de Economia e Gestão
Análise Matemática II
Licenciatura em MAEG

Ficha de exercícios n^o 2

Séries de termos reais

Exercício 1 *Estude, utilizando o critério de comparação ou um dos seus corolários, a natureza das seguintes séries:*

a) $\sum_{n\geq 2} \frac{sen^2\ n}{n^3-1}$

b) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{\sqrt{n\left(n^2+1\right)}}$

c) $\sum_{n\geq 1} \frac{n!}{n^n}$

d) $\sum_{n\geq 1} \left(\frac{1}{3+(-1)^n}\right)^n$

e) $\sum_{n\geq 1} sen \frac{1}{n^2}$

f) $\sum_{n\geq 1} \frac{\sqrt{n}}{n^2+n+1}$

g) $\sum_{n\geq 2} \frac{1}{\log n}$

h) $\sum_{n\geq 0} \frac{1}{n^4-3n^2-1}$

i) $\sum_{n\geq 1} \frac{e^{-\frac{1}{n}}}{n^k}$

j) $\sum_{n\geq 1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n\sqrt{n}} e^n$

k) $\sum_{n\geq 1} \left(n sen \frac{2}{n}\right)^{2n}$

l) $\sum_{n\geq 1} n^2 \left(\frac{2}{3}\right)^n$

m) $\sum_{n\geq 1}\left(\frac{n+1}{2}sen\frac{1}{n+1}\right)^n$

n) $\sum_{n\geq 1}\left(\frac{n}{2n+3}\right)^{n\sqrt{n}}$

o) $\sum_{n\geq 1}\left(nsen\frac{k}{n}\right)^{2n}$ com $|k|\neq 1$

p) $\sum_{n\geq 1} e^{-n}\left(\log n\right)^n$

q) $\sum_{n\geq 1}\frac{n+1}{n}e^{-n}$

r) $\sum_{n\geq 1}\sqrt{\frac{n+1}{n^2+1}}$

s) $\sum_{n\geq 1}\frac{n\sqrt{n+1}}{(n+1)^3\sqrt[3]{n^2+n}}$

t) $\sum_{n\geq 1}\left(n-\sqrt{n^2-1}\right)$

u) $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{n+1}\left(\frac{9}{8}\right)^n$

v) $\sum_{n\geq 1} n!\left(\frac{3}{4}\right)^{n^2}$

w) $\sum_{n\geq 1} n\frac{1}{(a^2+2)^n}$

x) $\sum_{n\geq 1}\frac{1}{n!}\left(\frac{10}{9}\right)^{n^2}$.

Exercício 2 *Sejam $\sum a_n$ e $\sum b_n$ duas séries convergentes de termos positivos. Indique, justificando, a natureza das seguintes séries:*

a) $\sum\left(\frac{1}{a_n}+\frac{1}{b_n}\right)$

b) $\sum\frac{n+1}{n}a_n$.

Exercício 3 *Estude, quanto à natureza, a série de termo geral $\frac{a^n}{1+b^n}$ nos seguintes casos:*

a) $0<a<b$

b) $0<b\leq a<1$

c) $1\leq b\leq a$.

Exercício 4 *Sejam a_n e b_n duas sucessões de termos positivos tais que a série $\sum a_n$ e a série $\sum(b_n-b_{n+1})$ são convergentes. Mostre que a série $\sum(a_nb_n)$ é uma série convergente.*