

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Ficha N°7

1. Mostre que a função

$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

admite derivada em todos os pontos de \mathbb{R} . Determine a função derivada.

2. Mostre que as seguintes funções não admitem derivadas finitas nos pontos indicados:

(a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, no ponto $x = 0$;

(b) $f(x) = \sqrt[5]{x-1}$, no ponto $x = 1$;

(c) $f(x) = |\cos x|$, nos pontos $x = \frac{2k+1}{2}\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

3. Qual é o ângulo formado pelo eixo dos xx e a tangente à função $f(x) = x - x^2$ nos pontos de abcissas:

(a) $x = 0$;

(b) $x = \frac{1}{2}$;

(c) $x = 1$.

4. Com que ângulo se intersectam a curva $y = e^{\frac{x}{2}}$ e a recta $x = 2$?

5. Determine o(s) ponto(s) em que rectas tangentes à curva $y = x^2 + -7x + 3$ são paralelas à recta de equação $5x + y - 3 = 0$.

6. Determine a derivadas das seguintes funções:

(a) $f(x) = (x^2 - 2x + 3)^5$;

(b) $f(x) = \frac{ax^6+b}{\sqrt{ax^2+b^2}}$;

(c) $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$;

(d) $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$;

(e) $f(x) = 2x \sin x - (x^2 - 2) \cos x$;

(f) $f(x) = x \arcsin x$;

(g) $f(x) = \frac{(1+x^2) \arctg x - x}{2}$;

(h) $f(x) = x^7 e^x$;

- (i) $f(x) = e^x \arcsin x$;
- (j) $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$;
- (k) $f(x) = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3}$;
- (l) $f(x) = \frac{1}{x} + 2 \ln x - \frac{\ln x}{x}$;
- (m) $f(x) = (1 + 3x - 5x^2)^{30}$;
- (n) $f(x) = \left(\frac{ax+b}{c}\right)^5$;
- (o) $f(x) = (3 - 2 \sin x)^5$;
- (p) $f(x) = \sqrt{\cot g x} - \sqrt{\cot g \alpha}$;
- (q) $f(x) = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x}$;
- (r) $f(x) = \sqrt{\frac{3 \sin x - 2 \cos x}{5}}$;
- (s) $f(x) = \sqrt[3]{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^3 x}$;
- (t) $f(x) = \sqrt{\arctg x} - (\arcsin x)^3$;
- (u) $f(x) = \sin(x^2 - 5x + 1) + \operatorname{tg} \frac{a}{x}$;
- (v) $f(x) = \arcsin \frac{1}{x^2}$;
- (w) $f(x) = x^2 10^{2x}$;
- (x) $f(x) = x \sin 2^x$.

7. Determine a derivadas das seguintes funções:

- (a) $f(x) = \ln^2 x - \ln \ln x$;
- (b) $f(x) = \sin^5(5x) \cos^2 \frac{x}{3}$;
- (c) $f(x) = \frac{x^8}{8(1-x^2)^4}$;
- (d) $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2-2x+1}}{x}$;
- (e) $f(x) = \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + \frac{18}{7} x \sqrt[6]{x} + \frac{9}{5} x \sqrt[3]{x^2} + \frac{6}{13} x^2 \sqrt[6]{x}$;
- (f) $f(x) = \frac{(\operatorname{tg}^2 x - 1)(\operatorname{tg}^4 x + 10 \operatorname{tg}^2 x + 1)}{3 \operatorname{tg}^3 x}$;
- (g) $f(x) = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$;
- (h) $f(x) = 3 \frac{\sin ax}{\cos bx} + \frac{1}{3} \frac{\sin^3 ax}{\cos^3 bx}$;
- (i) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}$.

8. Determine a derivada de ordem n de cada uma das seguintes funções

- (a) $f(x) = e^{ax}$;
- (b) $f(x) = \sin bx$;
- (c) $f(x) = \ln x$;
- (d) $f(x) = x e^x$;
- (e) $f(x) = e^x \cos x$.