

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Ficha N°9

1. Esboce o gráfico de cada uma das seguintes funções:

(a) $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$;

(b) $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$;

(c) $f(x) = \sqrt{x+8} - \sqrt{x-8}$;

(d) $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$;

(e) $f(x) = \ln \frac{\sqrt{x^4+1}-1}{x^2}$;

(f) $f(x) = (2+x^2)e^{-x^2}$;

(g) $f(x) = \ln(1+e^{-x})$;

(h) $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$;

(i) $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$;

(j) $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}$;

(k) $f(x) = \sin x \sin 2x$;

(l) $f(x) = \arcsin\left(1 - \sqrt[3]{x^2}\right)$;

(m) $f(x) = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$;

(n) $f(x) = \arcsin \ln(x^2 + 1)$;

(o) $f(x) = x^x$;

(p) $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$.

2. Mostre que de todos os rectângulos com um dado perímetro, é o quadrado aquele que tem a área máxima e que, de todos os rectângulos com uma dada área é o quadrado aquele que tem o perímetro mínimo.

3. Determine o cilindro com área total mínima entre todos os cilindros circulares rectos com um dado volume.

4. Obtenha um majorante para o erro cometido nas seguintes aproximações:

(a) $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$, $|x| < 1$;

(b) $\sqrt[3]{1+x} \approx 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9}$, $|x| < 1$;

(c) $e^{\frac{x}{a}} \approx \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$, $|x| \ll a$.