LISBON SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT UNIVERSIDADE DE LISBOA

Cálculo e Instrumentos Financeiros – 1º ano/Eco-Fin-Ges, 2º sem, EEN - 05.06.2018, 12:00

1ª Parte (70 pontos) Tempo total: 2h

1ª Parte: 70 Pontos. Não desagrafar. Todas as respostas são dadas na folha de enunciado. Não são prestados quaisquer esclarecimentos ou dúvidas, qualquer dúvida pode ser escrita na folha de prova. Escreva o seu nome e número em todas as folhas. Telemóveis ou quaisquer dispositivos com comunicação, ou *wifi*, são proibidos.

Nome: O Estudante Nº: DMCCCXIX

No seguinte grupo de questões cada resposta certa vale 2,5 pontos, respostas erradas –2,5 cada (desconta 2,5). *Cada grupo de questões terá pontuação entre **0** (minimo) e **10** pontos (máximo)]*

Assinale Verdadeiro (V) ou Falso (F) *com uma "X" no quadrado respectivo.*

1. Considere os regimes de Juro Simples e Composto:

	V	F
No regime composto, a taxa nominal anual é uma taxa equivalente à taxa efectiva mensal.		X
O valor acumulado de um capital nos regimes simples e composto é sempre diferente, qualquer que seja o prazo de aplicação.		X
No regime composto com uma taxa de juro constante, o juro anual é sempre constante.		X
Considere o regime de acumulação simples, as taxas nominais e efectivas são sempre taxas equivalentes.	✓	

2. Considere desconto e anuidades ordinárias:

	V	F
Para uma taxa de juro positiva e o mesmo período de acumulação, a taxa de desconto é baseada no capital acumulado, C_1, enquanto que a taxa de juro é baseada no capital inicial, C_0.	✓	
Considere uma anuidade ordinária. No cálculo do valor actual dessa anuidade a taxa de juro tem que ser sempre constante.		X
Uma anuidade é uma sequência de pagamentos, localizados algures no futuro, que vencem juro a uma determinada taxa.		X
Sejam $i > 0$ e n, representando respectivamente uma taxa de juro constante e o prazo de uma anuidade certa cujo valor futuro é $s_{\overline{n}|i}$. Então, $i = [(1+i)^n - 1]/s_{\overline{n}|i}$.	✓	

3. Sejam diferentes tipos de anuidades, diferidas, perpetuidades, com pagamentos variáveis, e empréstimos:

	V	F
$\ddot{s}_{\overline{10}|i} > \ddot{a}_{\overline{10}|i}$, qualquer que seja uma taxa de juro não negativa.		X
Considere um empréstimo a dois anos com juro pago semestralmente e reembolso de capital no final. O juro total pago é igual a $J = C_0[(1+i_S)^4 - 1]$.		X
${}_{k|}s_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n}|i}(1+i)^k, \ k = 0,1,2,\ldots$		X
Num "empréstimo com prestações constantes" tanto os pagamentos de juro como os de amortização são decrescentes ao longo do tempo.		X

4. Sejam, leasing, obrigações e acções:

	V	F
O investimento em acções não garante pagamento de dividendos anuais aos seus proprietários por parte da(s) companhia(s) a que as acções se referem.	✓	
Durante um contrato de leasing o locador detém o bem/activo, não o locatário.	✓	
Obrigações são títulos de participação de capital.		X
Uma obrigação de cupão zero não é um empréstimo pois não rende juros.		X

No seguinte grupo de questões, coloque "X" no quadrado correspondente à resposta que considere correcta (só uma está). Em cada grupo, a resposta certa vale 5 pontos e uma resposta errada vale -1,25 pontos (desconto de 1,25).

5. Em juro composto, a D. Zita fez uma aplicação a quatro anos de €5.000 a uma taxa nominal (anual) de 4% com acumulação trimestral. O Juro total anual ganho no 1º ano é (aproximadamente) de:

a) €200,00 ☐ ; **b)** €203,02 ☑; **c)** €51,52 ☐ ; **d)** Nenhuma das alternativas ☐.

6. A D. Zita tem a receber €5.000, €10.000 e €15.000 dentro de 6, 8 e 10 meses, respectivamente. Considere juro composto e uma taxa de $i_A^{(6)} = 3{,}9\%$. O valor actual global é de (aproximadamente):

a) €30.000 ☐ ; **b)** €30.854,56 ☐; **c)** €29.169,79 ☐ ; **d)** Nenhuma das alternativas ☑.

7. A D. Zita tem a receber €5.000, €10.000 e €15.000 dentro de 6, 8 e 10 meses, respectivamente. Considere juro simples e uma taxa nominal anual de $i_A^{(12)} = 7{,}8\%$. O valor actual global é de (aproximadamente):

a) €30.000 ☐ ; **b)** €29.178,80 ☐; **c)** €29.169,79 ☐ ; **d)** Nenhuma das alternativas ☑.

8. Determinado computador portátil tem preço de venda a pronto de €1.321,91 (depois de um desconto). A D. Zita tem a opção de pagar o computador em seis prestações mensais de €231 cada, tendo a primeira vencimento dentro de seis meses. Considere uma taxa de juro semestral de $i_S^{(6)} = 3\%$. Aconselhe sobre a melhor escolha:

a) Indiferente ☐ ; **b)** Pagar anuidade ☐; **c)** Pagar a pronto ☑; **d)** É necessário saber a taxa de desconto ☐.

9. A D. Zita tem de fazer face a uma anuidade cujo valor em determinado momento é de $1050\, s_{\overline{5}|8\%}(1.08)^{-5}$. Ela considera os cálculos: (i) $1050\, \ddot{a}_{\overline{5}|8\%}(1.08)^{-1}$; (ii) $1050\, a_{\overline{5}|8\%}$; (iii) $525\left({}_{3|}a_{\overline{2}|8\%}\right) + 1050\, a_{\overline{3}|8\%} + 525 s_{\overline{2}|8\%}(1.08)^{-5}$. Os seguintes cálculos são equivalentes a $500\, s_{\overline{5}|8\%}(1.08)^{-5}$, escolha a **melhor/mais completa** opção:

a) (i) ☐; **b)** (i) e (ii) ☐; **c)** (i), (ii) e (iii) ☐; **d)** Nenhuma das alternativas ☑.

10. Se determinada obrigação é vendida a um valor mais elevado do que o seu valor nominal, ou (escolha a **melhor/mais completa** opção):

a) Foi vendida acima do par, na data de emissão ☐ ; **b)** Foi vendida na bolsa com lucro, em data posterior à emissão ☐ ; **c)** Ou **(a)** ou **(b)** ☑; **d)** Tem que ser vendida ao valor nominal ☐.

Nome:________________________________ Nº:_________

2ª Parte (130 pontos)

Neste grupo apresente os seus cálculos no espaço por baixo de cada questão e escreva a resposta final na caixa disponibilizada para o efeito. Apresente sempre os seus cálculos e fórmulas necessários.

1. (40 pontos)

A D. Zita contactou o seu banco no intuito de contraír um empréstimo a 10 anos no montante de €100.000,00. O banco propôs-lhe um contracto nas seguintes condições:

- Taxa de juro anual de $i_A^{(12)} = 6{,}0\%$;
- O empréstimo é pagável em prestações mensais constantes (incluindo juros) no princípio de cada mês, pagável no imediato;

(20) **a)** Calcule o valor de cada mensalidade. $i_M = 6\%/12 = 0{,}5\%$; $n = 10(12) = 120$

$$100\,000 = R\,\ddot{a}_{\overline{120}|0{,}5\%} = R\,\frac{1-1.005^{-120}}{0{,}005}(1{,}005)$$

$$\Rightarrow R \simeq 1104{,}68$$

R: ≈ € 1104,68

(20) **b)** Preencha as quatro primeiras linhas do quadro de amortização:

Mês	Dívida antes do pagamento da mensalidade	Prestação mensal	Juro	Amortização	Dívida após pagamento da mensalidade
1	100.000	1104,68	500,00	604,68	99 395,32
2	99.395,32	1104,68	496,98	607,71	98.787,61
3	98.787,61	1104,68	493,94	610,74	98.176,87
4	98.176,87	1104,68	490,88	613,80	97.563,07

2. (45 pontos)

A D. Zita financiou a compra de carro, um carro elétrico de luxo (um Tesla), através de um contrato de *leasing* com as seguintes condições:

- Prazo do contrato: 5 anos;
- Uma taxa trimestral de 3,0% efetiva nos primeiros dois anos, e 3,25% nos seguintes;
- Pagamentos constantes todos os trimestres (no fim de cada período);
- O primeiro pagamento vence três meses depois da data do contrato (não há deferimento);
- Entrada de 15% do valor do contrato e efetuada na data deste;
- Um valor residual de €8,000 a efetuar com o último pagamento, correspondente a 10% do valor de contrato.

a) Calcule o valor de contrato, o valor atual do valor residual e de entrada (à data do contrato).

$n = 5(4) = 20$, $VE = 0,15\ VC = 12000 \Leftrightarrow VC = 80000$

$VR = 0,1\ VC = 8000 \Leftrightarrow VC = 80000$

• $i_{q_1} = 3\%$, $i_{q_2} = 3.25\%$

$(a = 1,2)$ $(a = 3,4,5)$

$VA = 12000 + 8000(1.03)^{-8}(1.0325)^{-12} \simeq 16.302,41$

(10)

R: VC=8000, E=12.000, VA≅16 302,41

VR = 4.302,41 → Actualização

b) Calcule o valor dos pagamentos periódicos associados com o contrato de *leasing*.

(20) $80.000 = 16302.41 + R\left(\underbrace{a_{\overline{8|}3\%}}_{A_1} + \underbrace{a_{\overline{12|}3.25\%}(1.03)^{-8}}_{A_2}\right)$

$A_1 = \frac{1-1,03^{-8}}{0,03} \simeq 7,01969$; $A_2 = \frac{1-(1,0325)^{-12}}{0,0325} \simeq 9,80708$

$\Rightarrow R = 4,653,46$

R: ~ € 4.315,12

(15) c) Calcule a dívida da D. Zita no final do 2º ano, imediatamente antes do pagamento correspondente.

Dívida : $4.359,03\left(a_{\overline{12|}3.25\%} + 1\right) \simeq 46\,633,83$

R: ~ € 46.633,83

Formulário de Cálculo e Instrumentos Financeiros

Fórmula geral de capitalização: $C_n = C_0 + J$

RJS: $C_n = C_0(1 + n \cdot i_A)$

RJC: $C_n = C_0(1 + i_A)^n$

Taxas equivalentes (RJC): Seja um período A (ano) subdividido em m ou n partes:

$$(1 + i_{A/m})^m = (1 + i_{A/n})^n = (1 + i_A)$$

Relação entre **taxa efectiva** e **taxa nominal** (m capitalizações): $i_A^{(m)} = m\left[(1 + i_A)^{1/m} - 1\right]$

Relação entre **taxa de desconto** (simples) e taxa de juro: $d = \frac{1+i}{i}$.

Desconto bancário: $DB = J + \mathrm{CC} + \mathrm{Is} + \mathrm{OE}$

Taxa real, RJS: $Vn = PLD\left(1 + \frac{n+2}{365} i_{REAL}\right)$

TAEG: $Vn = PLD(1 + i_{TAEG})^{\frac{n+2}{365}}$

TAE: $Vn = PLD'(1 + i_{TAE})^{\frac{n+2}{365}}$

Juros (base, ano civil): $J = VN\left(\frac{n+2}{365}\right) i_A$

Comissão de cobrança: $CC = VN(Tx)CC$

Imposto de selo: $IS = TxIS(J + CC)$

$PLD = VN - BD$

Taxa instantânea de capitalização: $\delta = \ln(1 + i_A)$

Taxa de juro média RJS: $\bar{i} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} i_{A,k}$

Taxa de juro média RJC, $\bar{\iota}_A$: $\prod_{k=1}^{n}(1 + i_{A,k}) = (1 + \bar{i}_A)^n$

Taxa de juro média com vários capitais:

RJS: $\sum_{k=1}^{n} C_k(1 + n_k i_k) = \sum_{k=1}^{n} C_k(1 + n_k \bar{i})$

RJC: $\sum_{k=1}^{n} C_k(1 + i_k)^{nk} = \sum_{k=1}^{n} C_k(1 + \bar{i})^{nk}$

Valor Atual e Valor Acumulado de rendas unitárias:

Valor Atual, termos normais e constantes:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Valor Acumulado, termos normais e constantes:

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Longrightarrow s_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)^n$$

Valor Atual, de termos antecipados e constantes:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + a_{\overline{n-1}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)$$

Valor Acumulado, de termos antecipados e constantes: $\ddot{s}_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n}|i}(1+i)$

Valor Atual, termos diferidos e constantes:

$${}_{k|}a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)^{-k}$$

Valor Acumulado, de termos diferidos e constantes: ${}_{k|}s_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n}|i}$

Valor Atual de renda perpétua: $a_{\overline{\infty}|i} = 1/i$

Valor Atual e Valor Acumulado de rendas com termos variáveis:

Valor Atual, com termos em progressão aritmética crescente (razão h):

$$(C-h)a_{\overline{n}|i} + h(Ia)_{\overline{n}|i};\ (Ia)_{\overline{n}|i} = \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|i} - n(1+i)^{-n}}{i}$$

Valor Atual, com termos em progressão aritmética decrescente (razão h)

$$(D-h)a_{\overline{n}|i} + h(Da)_{\overline{n}|i};\ (Da)_{\overline{n}|i} = \frac{n - a_{\overline{n}|i}}{i}$$

Valor Atual, com termos em progressão geométrica: $C \times \frac{1 - (hv)^n}{1 - h + i}$

Valor Atual de rendas unitárias fraccionadas:

$$a_{\overline{n}|i}^{(m)} = a_{\overline{n}|i}\frac{i}{i^{(m)}};\ s_{\overline{n}|i}^{(m)} = s_{\overline{n}|i}\frac{i}{i^{(m)}};\ a_{\overline{n}|i_A}^{(m)} = \frac{1}{m}a_{\overline{mn}|i_m}$$

Leasing (para rendas-base imediatas e postecipadas, caso comum):

$$\mathrm{Vc} = E + Ta_{\overline{n}|i} + \mathrm{Vr}(1+i)^{-n}$$

Nome:____ Nº:________

3. **(45 pontos)**

A Sociedade Anónima para a qual a D. Zita trabalha emitiu um empréstimo obrigacionista com as seguintes condições:

- Data de emissão: 01/03/aa.
- Valor nominal: €10,00.
- Nº obrigações emitidas: 50.000.
- Emissão ao par;
- Prazo: 3 anos.
- Taxa de cupão semestral: 2,5%.
- Juro pago semestralmente, no final de cada semestre.
- Reembolso: Amortizações semestrais com igual número de obrigações, com início 1,5 anos depois da data de emissão;
- Prémio de reembolso: €0,25 por título para os primeiros dois reembolsos e €0,50 por título após.

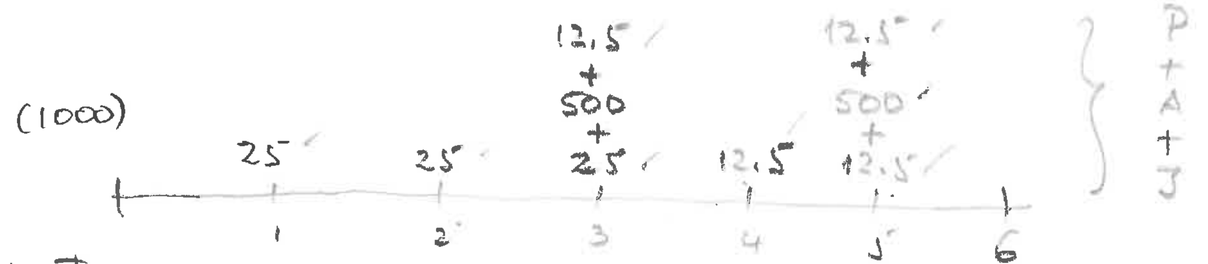
a) Preencha o seguinte quadro de amortização: Empréstimo : 10,00(50.000) = 500,000,00

(25)

Semestre	Dívida no início do período	Juro	Nº de obrigações amortizadas	Amortização	Prémio	Prestação total
1	500.000	12.500	—	—	—	12.500
2	500.000	12.500	—	—	—	12.500
3	500.000	12.500	12.500	125.000	3.125	140.625
4	375.000	9.375	12.500	125.000	3.125	137.500
5	250 000	6.250	12.500	125.000	6.250	137.500
6	125.000	3.125	12.500	125.000	6 250	134.375

b) Um conterrâneo da D. Zita comprou 100 obrigações na data de emissão, das quais metade são reembolsáveis na primeira amortização, e a outra metade na terceira. Escreva a equação que permite ao investidor calcular a taxa de rendimento do seu investimento. (A equação não é para resolver)

(20)



r: Taxa de rendimento / retorno

$$1000 = 25\, a_{\overline{3}|r} + 12.5\, a_{\overline{2}|r}(1+r)^{-3} + 512.5\left[(1+r)^{-3} + (1+r)^{-5}\right]$$