

Mestrados

Métodos Quantitativos para DEE

2018/2019

Leonor Santiago Pinto
Gab 506 Quelhas
Telef 213 925 845
Email: lpinto@iseg.ulisboa.pt

Aula 2

Introdução

Formulação e resolução gráfica

STFA: Formular o problema da *Dorian Auto*.

Ler 3.4 de H.L. ou 3.4-3.8 Winston



1. Tópicos de Investigação Operacional

1. O Modelo de Programação Linear

1. Introdução

2. Formulação e resolução gráfica

3. Hipóteses e propriedades

4. Utilização do *Solver/Excel* na resolução de problemas

2. Dualidade e Análise de Sensibilidade

1. Introdução

2. Dualidade

3. Interpretação económica, preços sombra e relações primal-dual

4. Análise de sensibilidade

1. Segundos membros das restrições

2. Coeficientes da função objetivo

3. Problemas de Transportes e Afetação

1. Introdução

2. O problema de transportes

3. O problema da afetação

4. Utilização do *Solver/Excel* na resolução de problemas

4. Programação Linear Inteira

1. Formulação de problemas com recurso a variáveis binárias e inteiras

2. Utilização do *Solver/Excel* na resolução de problemas

O Modelo de PL: introdução



Programação --- planeamento

Linear --- todas as funções envolvidas são funções lineares

Em 1947, George Dantzig, que trabalhava então no Pentágono, apresentou à comunidade científica um algoritmo exato (**algoritmo do simplex**) que permitia resolver os problemas de PL.

Os modelos de PL permitem resolver problemas de afetação de recursos limitados a diferentes atividades competitivas

Ex:

- Produção de diferentes produtos em fábricas com capacidade limitada
- Plantação
- Dieta/alimentação
- Investimento
- Mistura
- Selecionar uma equipa de futebol
- ...



Protótipo 1. Problema da Giapetto.

A Giapetto é uma empresa que produz vários brinquedos em madeira e vai iniciar a produção de dois novos brinquedos: soldados e comboios.

Semanalmente, é possível adquirir toda a matéria-prima necessária para os brinquedos, mas só estão disponíveis 100 horas para acabamentos em verniz, 40 horas para acabamentos em tinta acrílica e 200 horas de carpintaria.

Um soldado necessita de 2 horas de acabamento em verniz e 2 de carpintaria, dando um lucro de **3**.

Cada comboio requer 1 hora de acabamento em tinta acrílica e 4 de carpintaria, sendo **2** o seu lucro.

Toda a produção tem venda assegurada.

A Giapetto pretende maximizar o lucro semanal obtido com a produção destes brinquedos.

a) Formalize o problema em PL e resolva-o graficamente.

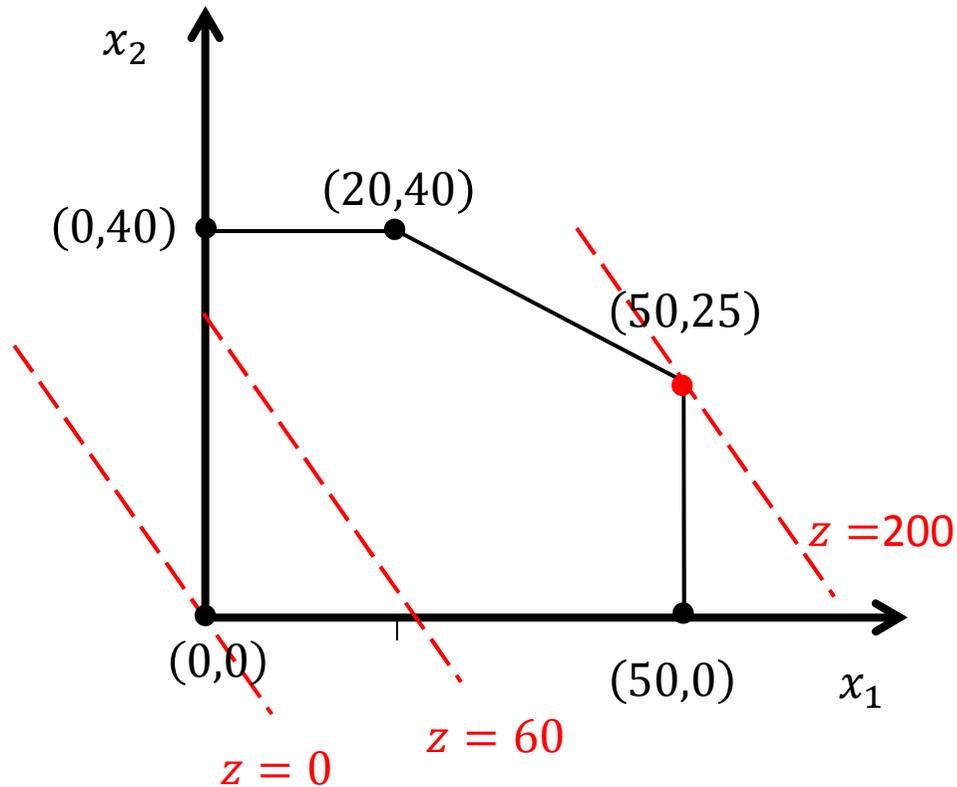
Problema da Giapetto – Resolução gráfica

$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 & \leq 100 \\ & x_2 \leq 40 \\ 2x_1 + 4x_2 & \leq 200 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{cases}$$

$$(x_1^*, x_2^*) = (50, 25); z^* = 200$$

Problema da Giapetto – Resolução gráfica



$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 & \leq 100 \\ & x_2 \leq 40 \\ 2x_1 + 4x_2 & \leq 200 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{cases}$$

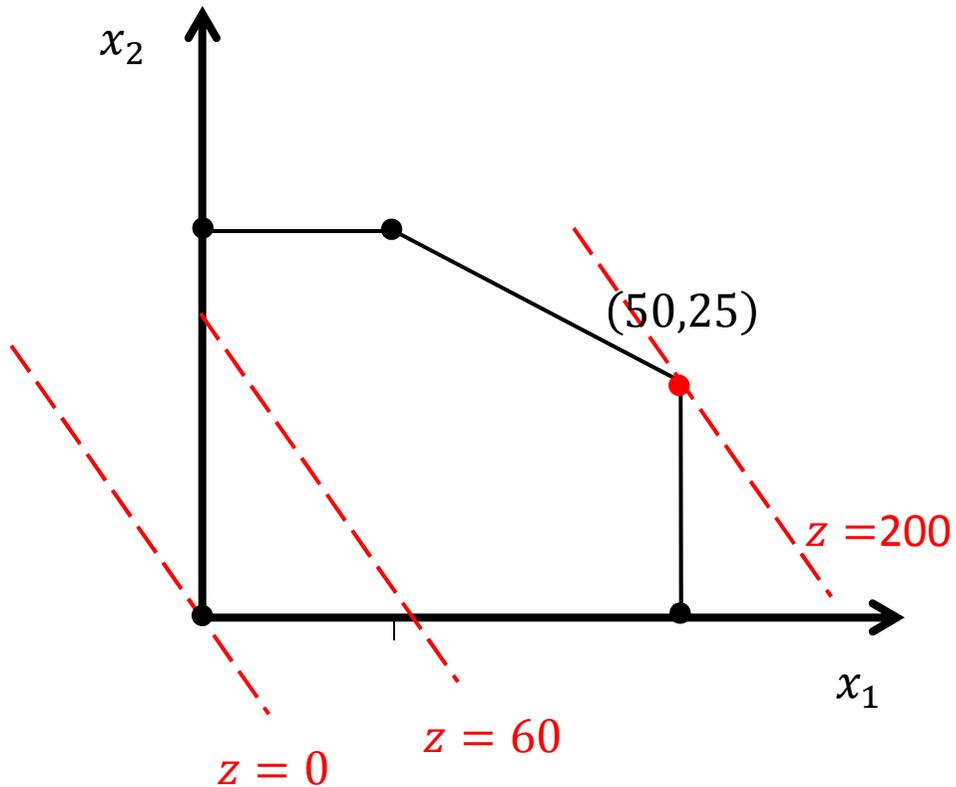
$$\begin{cases} 2x_1 & = 100 \\ 2x_1 + 4x_2 & = 200 \end{cases} \quad (\dots) \quad \begin{cases} x_1 & = 50 \\ x_2 & = 25 \end{cases}$$

$$Z = 3 * 50 + 2 * 25 = 200$$

Problema da Giapetto – Resolução gráfica

$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 & \leq 100 \\ & x_2 \leq 40 \\ 2x_1 + 4x_2 & \leq 200 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{cases}$$



$$(x_1^*, x_2^*) = (50, 25); z^* = 200$$

STFA: Protótipo 1. Problema da Giapetto.



b) Considerando o mesmo conjunto de soluções admissíveis, resolva os seguintes problemas modificados:

b1) $\max z = x_1 - x_2$

b2) $\min z = x_2$

b3) $\max z = x_1 + 4x_2$

b4) $\min z = 2x_1 - x_2$

b5) $\max z = 2x_1 - x_2$

c) A direcção da empresa pretende saber quais as consequências de aceitar uma encomenda de 90 comboios.

d) Resolva o problema inicial, exigindo ainda que se produza exactamente a mesma quantidade dos dois brinquedos.

e) e1) Resolva o problema inicial admitindo que não há limitações no número de horas disponíveis para acabamentos em verniz nem no número de horas de carpintaria.

e2) Para esse novo problema, modifique o objetivo para b5).



1. Definir as variáveis de decisão
(1 por cada decisão a tomar)
2. Objetivo e função objetivo
3. Restrições funcionais
(por ter recursos limitados ou valores mínimos/máximos a atingir ou relações entre as decisões ou ...)
4. Restrições de sinal



1. Representar RA = interseção dos semiplanos definidos por todas as restrições de sinal e funcionais do PL
2. Se $RA = \{\}$ o problema é impossível
3. Se $RA \neq \{\}$ identificar, caso exista, o(s) ponto(s) ótimo(s):

Representar uma reta de nível da FO (atribuindo um valor arbitrário a Z) e identificar o sentido de otimização

Identificar o(s) ponto(s) da RA a que corresponde o melhor valor de Z (ou seja, identificar as SO), ou concluir que o problema tem valor ótimo ilimitado (não tem solução ótima).



Protótipo 2. Problema da Dorian Auto (Winston, 2004).

A Dorian Auto fabrica automóveis de luxo. Estudos prévios indicam que os potenciais clientes são sobretudo pessoas de classe alta. Para atingir este grupo, a Dorian Auto decidiu fazer uma ambiciosa campanha publicitária na TV, comprando anúncios de 1 minuto durante dois tipos de programa, comédias e jogos de futebol, que custarão \$50 000 e \$100 000 cada, respetivamente.

Cada comédia é vista por 7 milhões de mulheres e por 2 milhões de homens de classe alta; cada jogo de futebol é visto por 2 milhões de mulheres e 12 milhões de homens de classe alta.

A Dorian Auto pretende gastar o mínimo possível na campanha publicitária e de modo a que os anúncios sejam vistos por, pelo menos, 28 milhões de mulheres e 24 milhões de homens de classe alta.