

Instituto Superior de Economia e Gestão

Licenciaturas em Economia, Gestão e Finanças

Matemática II

8 de Novembro de 2018

Duração: 1 hora

Indique claramente todos os cálculos que efectuar

1. (5 valores) Classifique a forma quadrática

$$Q(x, y, z) = x^2 + 2xy + (1 + \alpha)y^2 + 2yz + \alpha^2z^2$$

em função do parâmetro $\alpha \in \mathbb{R}$.

2. (5 valores) Considere a função f definida num subconjunto de \mathbb{R}^2 por

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{\ln(4 - x^2 - 2y)}.$$

- a) Determine o domínio de f , D_f , e represente-o geometricamente.
b) Indique analiticamente o interior e a fronteira de D_f . D_f é um conjunto fechado? É limitado? Justifique.

3. (5 valores) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{-x(x^2+y^2)}{x^2+2y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Mostre que f é contínua em \mathbb{R}^2 .
(b) Calcule as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
(c) Determine o conjunto de pontos em que f é diferenciável.
4. (5 valores) Seja A uma matriz simétrica satisfazendo as seguintes condições:
- (i) $u = (1, -2, 2)$ é vector próprio de A , associado ao valor próprio $\lambda = 1$;
- (ii) $\lambda = 0$ é valor próprio de A com multiplicidade algébrica igual a 2.
- (a) Determine o espaço próprio de A associado ao valor próprio $\lambda = 0$.
(b) Determine a matriz A .