

1ª Parte: 35 pontos. As respostas são escritas apenas no espaço disponível. Todas as questões de Verdadeiro/Falso têm igual pontuação. Durante a prova não são admitidos quaisquer comentários ou questões dos alunos. Escreva o seu nome e número em todas as folhas, no local adequado.

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

No seguinte grupo de questões, cada resposta certa dá 2,5 pontos, respostas erradas -2,5 cada (2,5 de penalização).  
 [A cada grupo de 4 questões é sempre atribuída uma classificação de 0 (mínimo) a 10 (máximo)]

Escreva um X em Verdadeiro (V) ou Falso (F) na quadrícula apropriada.

1. Considere o cálculo de capitais, regimes e taxas:

	V	F
Considere Regime Composto e uma taxa de juro positiva. A taxa nominal anual correspondente à taxa de juro efetiva referida a um período inferior a um ano é maior do que a respectiva taxa anual equivalente.		X
Sejam os factores de actualização $v_A = (1 + i_A)^{-1}$ e $v_S = (1 + i_S)^{-1}$ , em que $i_A$ e $i_S$ são taxas de juro equivalentes, anual e semestral respectivamente. Em regime composto, $v_A = v_S^2$ .	✓	
Sejam duas taxas efectivas positivas, reportadas a um mesmo período (subdivisão de um ano); tal que $i_1 > i_2$ . Então as taxas anuais nominais respectivas também verificam $TAN_1 > TAN_2$ .	✓	
Seja uma de juro taxa efectiva semestral positiva. O juro obtido num prazo antes de um ano calculado em regime simples é sempre superior do que o calculado em regime composto (para igual capital, prazo e taxa).		X

2. Considere anuidades de termos constantes:

	V	F
Uma anuidade <i>postecipada</i> não pode ser uma anuidade <i>imediata</i> .		X
Uma renda é um conjunto de pagamentos de periodicidade constante com termos que têm que ser constantes.		X
A expressão $\ddot{a}_{\overline{2} 5\%}$ é uma anuidade imediata com dois termos constantes, antecipados e taxa de juro de 5%.		X
Se $\ddot{a}_{\overline{n} i} / a_{\overline{n} i} = 1.05$ então $a_{\overline{\infty} i} > 15$ .	✓	

No próximo grupo de questões, assinale com ✓ ou X na caixa seguinte à resposta que considera correcta (só uma está). Em cada grupo, uma resposta certa tem 5 pontos e uma resposta errada leva -1,25 pontos (penalização de 1,25).

3. Em juro composto, calcule a taxa nominal semestral com acumulação trimestral cuja taxa efectiva correspondente é equivalente a uma taxa semestral de 4,04%:

- a) 2,02% ; b) 4,00% ; c) 2,00% ; d) 4,04% .

4. Considere juro composto. A empresa do Dr. Zeca contratou um empréstimo de €57.000,00 a uma taxa efectiva mensal de 1,2%. A dívida foi paga de uma só vez (capital e juros) num montante de €63.839,54. Qual o prazo do empréstimo (aproximadamente)?

- a) 1 ano, 2 meses e 3 dias ; b) 9 meses e 10 dias ; c) 9 meses e 15 dias ; d) Nenhuma das outras .

5. Em regime simples, o Dr. Zeca tem seguintes alternativas de escolha:

- (i) Receber €10.000 dentro de 9 meses e a mesma quantia dentro de 15 meses;  
 (ii) Receber €10.250 dentro de 1 ano e a mesma quantia dentro de 1,5 anos.

Considere uma taxa efectiva trimestral de 1%. O Sr. Zeca deverá escolher:

- a) (i) ; b) (ii) ; c) Indiferente ; d) Falta informação .

2ª Parte (65/100 pontos)

Neste grupo de questões apresente os seus cálculos no espaço disponibilizado a seguir à questão e escreva a resposta final na caixa indicada. Fundamental apresentar todas as fórmulas e cálculos intermédios necessários.

1. (35 pontos)

O Dr. Zeca depositou €50.000,00 numa conta a prazo, com uma taxa nominal semestral de 1% com juros ao trimestre, durante seis anos. A Dra. Zita, sua irmã, depositou uma outra quantia noutra banco, no mesmo dia e cujos detalhes não revelou. Considere regime composto.

$$i_{T_1} = 0.5\%$$

- a) Calcule a taxa de juro equivalente anual associada à conta do Dr. Zeca.

$$i_A = 1.005^4 - 1 \approx 2.015\%$$

R:  $i_A \sim 2.015\%$

- b) Calcule o valor acumulado no fim do prazo obtido pelo Dr. Zeca?

6 anos = 24 trimestres

$$V.A. = 50000 (1.005)^{24} = 56357,99$$

R:  $\sim 56357,99$

- c) Qual a quantia que a Dra. Zita deveria depositar para obter o mesmo valor acumulado que o seu irmão, ao fim de quatro anos, considerando que o juro da Dra. Zita vence a uma taxa quadrimestral de 0,3%?

4 anos:  $n_1 = 4 \times 4 = 16$  Trim.;  $n_2 = 4 \times 3 = 12$  quad.  $i_q = 0.3\%$

$$\text{Zeca: } 50000 (1.005)^{16} =$$

$$\text{Zita: } x (1.003)^{12} =$$

$$\rightarrow x = 50000 \left( \frac{1.005^{16}}{1.003^{12}} \right)$$

$$\approx 52241,52 \text{ €}$$

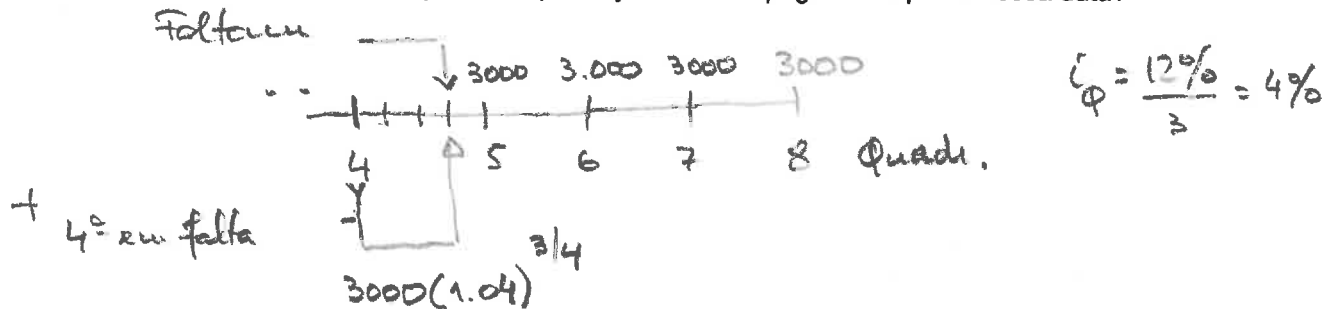
R:  $\sim 52.241,52 \text{ €}$

**2. (30 pontos)**

A empresa do Dr. Zeca, ZecaFin, Lda, recorreu a um empréstimo nas seguintes condições:

- 1- Taxa de juro anual com capitalizações quadrimestrais de 12% e o pagamento da dívida (de capital e juros) é feito em oito quadrimestralidades, consecutivas, no valor de €3.000,00 cada;
- 2- A primeira das quadrimestralidades é paga dentro de 4 meses.

A empresa teve um percalço e não pagou a 4ª prestação. Face ao acontecido, o credor perdeu a confiança e forçou a ZecaFin a pagar na totalidade a dívida (ainda não paga) um mês antes do pagamento que estava programado para a 5ª prestação. Quanto pagou a empresa nessa data?



Pague = Dívida em falta:

$$\begin{aligned}
 & 3000 \ddot{a}_{\overline{4}|}^{-1/4}(1,04) + 3000(1,04)^{3/4} = \\
 & = 3000 a_{\overline{4}|}^{3/4}(1,04) + 3000(1,04)^{3/4} \\
 & = 3000(1,04)^{3/4} \left( \frac{1 - 1,04^{-4}}{0,04} + 1 \right) \\
 & = 3000(1,04)^{3/4} (1,04 - 1,04^{-4}) / 0,04.
 \end{aligned}$$

R: $\approx 14\,304,33 \text{ €}$
-----------------------------------

## Formulário de Cálculo e Instrumentos Financeiros

**Fórmula geral de capitalização:**  $C_n = C_0 + J$

RJS:  $C_n = C_0(1 + n \cdot i_A)$

RJC:  $C_n = C_0(1 + i_A)^n$

**Taxas equivalentes (RJC):** Seja um período  $A$  (ano) subdividido em  $m$  ou  $n$  partes:

$$(1 + i_{A/m})^m = (1 + i_{A/n})^n = (1 + i_A)$$

**Relação entre taxa efectiva e taxa nominal ( $m$  capitalizações):**

$$\left(1 + \frac{i_A^{(m)}}{m}\right)^m = 1 + i_A \Leftrightarrow i_A^{(m)} = m[(1 + i_A)^{1/m} - 1]$$

**Relação entre taxa de desconto (simples) e taxa de juro:**  $d = \frac{1+i}{i}$ .

**Desconto bancário, letras:**  $DB = J + CC + Is + OE$

Taxa real, RJS:  $Vn = PLD\left(1 + \frac{n+2}{365} i_{REAL}\right)$

TAE:  $Vn = PLD\left(1 + i_{TAE}\right)^{\frac{n+2}{365}}$

TAE:  $Vn = PLD\left(1 + i_{TAE}\right)^{\frac{n+2}{365}}$

Juros (base, ano civil):  $J = VN \left(\frac{n+2}{365}\right) i_A$

Comissão de cobrança:  $CC = VN(Tx)CC$

Imposto de selo:  $IS = TxIS(J + CC)$

$$PLD = VN - DB$$

Taxa instantânea de capitalização:  $\delta = \ln(1 + i_A)$

Taxa de juro média RJS:  $\bar{i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n i_{A,k}$

Taxa de juro média RJC,  $\bar{i}_A$ :  $\prod_{k=1}^n (1 + i_{A,k}) = (1 + \bar{i}_A)^n$

Taxa de juro média com vários capitais:

RJS:  $\sum_{k=1}^n C_k(1 + n_k i_k) = \sum_{k=1}^n C_k(1 + n_k \bar{i})$

RJC:  $\sum_{k=1}^n C_k(1 + i_k)^{n_k} = \sum_{k=1}^n C_k(1 + \bar{i})^{n_k}$

**Valor Atual e Valor Acumulado de rendas unitárias:**

**Valor Atual, termos normais e constantes:**

$$a_{\bar{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

**Valor Acumulado, termos normais e constantes:**

$$s_{\bar{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow s_{\bar{n}|i} = a_{\bar{n}|i}(1+i)^n$$

**Valor Atual, de termos antecipados e constantes:**

$$\ddot{a}_{\bar{n}|i} = 1 + a_{\overline{n-1}|i} = a_{\bar{n}|i}(1+i)$$

**Valor Acumulado, de termos antecipados e constantes:**  $\ddot{s}_{\bar{n}|i} = s_{\bar{n}|i}(1+i)$

**Valor Atual, termos diferidos e constantes:**

$${}_k|a_{\bar{n}|i} = a_{\bar{n}|i}(1+i)^{-k}$$

**Valor Acumulado, de termos diferidos e constantes:**

$${}_k|s_{\bar{n}|i} = s_{\bar{n}|i}$$

**Valor Atual de renda perpétua:**  $a_{\infty|i} = 1/i$

**Valor Atual e Valor Acumulado de rendas com termos variáveis:**

**Valor Atual, com termos em progressão aritmética crescente (razão  $h$ ):**

$$(C-h)a_{\bar{n}|i} + h(Ia)_{\bar{n}|i}; (Ia)_{\bar{n}|i} = \frac{\ddot{a}_{\bar{n}|i} - n(1+i)^{-n}}{i}$$

**Valor Atual, com termos em progressão aritmética decrescente (razão  $h$ ):**

$$(D-h)a_{\bar{n}|i} + h(Da)_{\bar{n}|i}; (Da)_{\bar{n}|i} = \frac{n - a_{\bar{n}|i}}{i}$$

**Valor Atual, com termos em progressão geométrica:**

$$C \times \frac{1 - (hv)^n}{1 - h + i}$$

**Valor Atual de rendas unitárias fraccionadas:**

$$a_{\bar{n}|i}^{(m)} = a_{\bar{n}|i} \frac{i}{i^{(m)}}; s_{\bar{n}|i}^{(m)} = s_{\bar{n}|i} \frac{i}{i^{(m)}}; a_{\bar{n}|i}^{(m)} = \frac{1}{m} a_{\overline{mn}|i_m}$$

**Leasing (para rendas-base imediatas e postecipadas, caso comum):**  $Vc = E + Ta_{\bar{n}|i} + Vr(1+i)^{-n}$