UNIVERSIDADE DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

EXAME
ÉPOCA NORMAL

MESTRADO EM ECONOMETRIA APLICADE E PREVISÃO
ECONOMETRIA

2018/2019

Duração: duas horas

(Cotações dentro de parêntesis rectos)

Questão 1

Dois economistas, Hamermesh D. e Biddle J. (1994, "Beauty and the Labor Market", *American Economic Review*, vol. 84(5), 1174-94), investigaram a relação entre atração física e salários. No seu estudo estes investigadores utilizaram uma amostra de 1260 indivíduos recolhida nos Estados Unidos da América em que cada indivíduo da amostra foi classificado em termos de atração física. As classificações utilizadas foram as seguintes: Abaixo da média; Média; Acima da média. Uma versão simplificada do modelo que eles estimaram é a seguinte:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u,$$

em que y é o salário por hora em dólares (rendimento do trabalho anual a dividir pelo numero de horas trabalhadas durante um ano), x_2 é uma variável *dummy* que é igual a 1 se um indivíduo foi classificado como abaixo da média em termos de atração física e zero caso contrário, x_3 é uma variável *dummy* que é igual a 1 se um indivíduo foi classificado como acima da média em termos de atração física e zero caso contrário e x_4 é o número de anos a trabalhar do indivíduo. Assuma que a amostra é aleatória, os erros são independentes do termo de erro, u, e que este tem distribuição normal com média zero e variância σ^2. Os resultados da estimação do modelo são os seguintes:

Regressores	Coeficientes	Erro-padrão
Constante	$4,6626$	$0,2690$
x_2	$-1,2454$	$0,3996$
x_3	$0,2525$	$0,2890$
x_4	$0,0945$	$0,0108$

$R^2 = 0,0644.$

(a) [2] Interprete a estimativa do coeficiente de x_3.

(b) [2] Faça a análise necessária para determinar se a diferença da média dos salários por hora entre uma pessoa abaixo da média e uma pessoa média em termos de atração física, mantendo as outras variáveis constantes, é negativa. Utilize o nível de significância de 10%.

(c) [2] Porque razão não se deve incluir como regressor no modelo uma variável *dummy* que é igual a 1 se a classificação do indivíduo foi média em termos de atração física e zero caso contrário?

(d) [2] Teste a significância global da regressão. Utilize o nível de significância de 5%.

Questão 2

Considere o modelo

$$Y = X\beta + U,$$

em que β é um vector $(k \times 1)$ de parâmetros, X é uma matriz $n \times k$ não estocástica com característica k, U é um vector de erros tal que $E(U) = 0$, $var(U) = \Omega$, em que Ω é uma matriz $(n \times n)$ positiva definida e com valores conhecidos. Seja $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$ o estimador dos mínimos quadrados e seja $\tilde{\beta} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1} X'\Omega^{-1}Y$ o estimador dos mínimos quadrados generalizados. Determine se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas neste modelo justificando as suas respostas:

(a) [2] $cov(\hat{\beta}, \tilde{\beta}) = var(\tilde{\beta})$.

(b) [2] Se $t = AY$ em que A é uma matriz não estocástica tal que $AX = I_k$, então $cov(t, \tilde{\beta}) = var(\tilde{\beta})$.

(c) [2] A covariância entre cada elemento do vector de valores ajustados $\hat{Y} = PY$, em que $P = X(X'X)^{-1}X'$, com o correspondente elemento do vector dos resíduos $\hat{U} = (I_n - P)Y$ pode ser diferente de zero, mas a soma destas covariâncias é igual a zero.

Question 3

Seja $X \sim Gama(\alpha, \theta)$ e assuma que o valor de α é <u>conhecido</u>. A função densidade de probabilidade da variável aleatória $Gama(\alpha, \theta)$ é dada por

$$f(x|\alpha,\theta) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^{\alpha}}\right) x^{\alpha-1} \exp\{-x/\theta\} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases},$$

em que $\alpha > 0$, $\theta > 0$ e

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-y} y^{\alpha-1} dy.$$

Note que $E(X) = \alpha\theta$ and $var(X) = \alpha\theta^2$. Seja $(X_1, X_2, ..., X_n)$ uma amostra aleatória obtida a partir da distribuição de X.

(a) [2] Mostre que o estimador de máxima verozimilhança de θ é dado por $\hat{\theta} = \bar{X}/\alpha$, em que $\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i/n$.

(b) [2] Mostre que a identidade da matriz de informação é satisfeita.

(c) [2] Indique qual é o estimador de máxima verozimilhança de $\log(\theta)$, em que $\log(a)$ é o logaritmo natural de a, e obtenha a sua distribuição assintótica.

[FIM]