

**1ª Parte: 70 pontos. As respostas são escritas apenas no espaço disponível. Todas as questões de Verdadeiro/Falso têm igual pontuação. Durante a prova não são admitidos quaisquer comentários ou questões dos alunos. Escreva o seu nome e número em todas as folhas, no local adequado.**

Nome: xxx xxxxxx x xx Número: xxxxxx

No seguinte grupo de questões, cada resposta certa dá 2,5 pontos, respostas erradas -2,5 cada (2,5 de penalização).  
 [A cada grupo de 4 questões é sempre atribuída uma classificação de 0 (mínimo) a 10 (máximo)]

Escreva um **X** em Verdadeiro (V) ou Falso (F) na quadrícula apropriada.

| 1. Considere os regimes de Juro Simples e Composto:  | V | F |
|--|---|---|
| Considerando uma taxa de juro maior que zero, o valor acumulado de um capital nos regimes simples e composto é sempre diferente, qualquer que seja o prazo de aplicação.                           |   | X |
| A partir de uma taxa de juro efetiva trimestral positiva estabeleceram-se, de acordo com as regras, as respetivas Taxa Anual Efetiva (TAE) e Taxa Anual Nominal (TAN). A TAN pode ser igual à TAE. |   | X |
| Considere o desconto de letras e uma taxa de juro positiva. TAEG é sempre superior à TAE.  | ✓ |   |
| Em regime de juro composto, se dois capitais, A e B, forem equivalentes entre si e se A for equivalente a um capital C, então qualquer que seja o prazo também B é equivalente a C.                | ✓ |   |

| 2. Sejam diferentes tipos de anuidades, diferidas, perpetuidades. Considere sempre $i > 0$          | V | F |
|---|---|---|
| Para todo o $n$ e para todo o $i$ verifica-se que $s_{\overline{n} i} = s_{\overline{n-1} i} + 1$ . |   | X |
| Uma anuidade só será uma renda se o seu período for mensal.   |   | X |
| Se $a_{\infty i} = 22$ , então $i < 5\%$ .  | ✓ |   |
| Para todo o $i$ e $n$ , $s_{\overline{n} i} = v^{-n} a_{\overline{n} i}$ .                          | ✓ |   |

| 3. Considere os produtos financeiros indicados:  | V | F |
|--|---|---|
| O <i>leasing</i> é uma forma de financiamento mas não é um empréstimo.   | ✓ |   |
| Um empréstimo obrigacionista emitido acima do par, e colocado na totalidade, produz um valor de encaixe superior ao valor do empréstimo. | ✓ |   |
| No reembolso de um empréstimo com termos constantes, a amortização de capital é sempre no mesmo montante.                                |   | X |
| Um empréstimo obrigacionista de cupão zero é mais vantajoso para o emissor porque não paga juros.  |   | X |

| 4. Considere as situações seguintes:  | V | F |
|---|---|---|
| Um empréstimo de €100.000 é reembolsado em cinco vezes com amortizações de capital constantes. Nenhuma das prestações é superior a €20.000.         |   | X |
| Para taxas $i > 0$ , verifica-se que $a_{\overline{n} i} > n$ .   |   | X |
| Considere um empréstimo obrigacionista com emissão ao par e com prémio de reembolso. A rentabilidade para o investidor é maior que a taxa de cupão. | ✓ |   |
| Não é possível calcular o valor atualizado de uma perpetuidade que cresça geometricamente a uma taxa igual à taxa de atualização.                   | ✓ |   |

No próximo grupo de questões, escreva  $\checkmark$  ou  $X$  na caixa seguinte à resposta que considera correcta (só uma está). Em cada grupo, uma resposta certa tem 5 pontos e uma resposta errada leva -1,25 pontos (penalização de 1,25).

5. A Zulmira vendeu o seu carro ao Zeca por €12 000. A Zulmira recebeu imediatamente €3 000 e adicionalmente vai receber 10 valores iguais, no final de cada trimestre, sendo que o primeiro pagamento vai ocorrer 9 meses após a transação. Para  $i_T = 1\%$ , determine o valor de cada recebimento igual (aproximadamente):

- a) €969,34 ; b) €1.455,50 ; c) €950,24 ; d) Nenhuma das outras .

$$9000 = x (1,01)^{-2} \approx 121x \Leftrightarrow x = 969,34$$

6. Hoje é o dia de ano novo de 2019. A Zulmira tem a receber os seguintes montantes: 1.500 no final dos meses de Janeiro, Fevereiro e Março e, adicionalmente 3.000 no final dos meses de Maio, Julho e Setembro. Alternativamente, tem a possibilidade de receber um único recebimento no final de Dezembro de 2019. Para  $i_4^{(12)} = 6\%$  determine o valor do recebimento único.

- a) €13.957,74 ; b) €14.341,20 ; c) €13.250,34 ; d) Nenhuma das outras .

$$i_n = 0,5\% \quad i_{24} = 1,005^2 - 1 = 1,0025\% \rightarrow 1.500 \cdot 3 \cdot 1,005^9 + 3000 \cdot 1,005^3 \approx 13957,74$$

7. O capital de €5 000, aplicado à taxa  $i$ , semestral, em regime de juros simples, produziu, durante 4 anos da aplicação, um capital acumulado de €6 281,78. Determine, agora em regime de juro composto, a taxa de juro quadrimestral que aplicada durante o mesmo tempo gera o mesmo capital acumulado.

- a) 1,920% ; b) 1,970% ; c) 1,440% ; d) Nenhuma das outras .

$$5000(1+i_q)^2 = 6281,78 \Leftrightarrow i_q \approx 1,92\% \quad (4A = 12Q)$$

8. A empresa da Zulmira assinou hoje um contrato de aquisição de um equipamento industrial que prevê um plano de pagamento composto por 2 prestações, com os valores e datas seguintes: €6.400 de hoje a 6 meses e €7.200 de hoje a 18 meses. A operação foi realizada em Regime de Juro Composto, a uma taxa de juro anual de 6%, calcule o valor de compra do equipamento industrial.

- a) €12.793,10 ; b) €12.813,64 ; c) €13.600,00 ; d) Nenhuma das outras .

$$6.400(1,06)^{0,5} + 7200(1,06)^{1,5} \approx 12813,64$$

9. A Zulmira fez uma aplicação no valor de €5.000 em "Certificados do Tesouro Poupança Mais" pelo prazo de 5 anos, em regime de juro composto, a uma taxa anual efetiva variável de acordo com o quadro seguinte:

| Ano                | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Taxa de juro anual | 3,00% | 3,00% | 5,00% | 6,00% | 8,00% |

Calcule a taxa de juro média anual desta aplicação financeira.

- a) 4,98% ; b) 5,00% ; c) 5,28% ; d) 5,50% .

$$1,03^2(1,05)(1,08) = (1+r)^5 \rightarrow \sim 4,98\%$$

10. A Zulmira tem a receber 12 prestações mensais de €200,00, sendo a primeira recebida de hoje a um mês. Para  $i_M = 1\%$ , taxa mensal efetiva, calcule o valor atual do conjunto de capitais.

- a) €2.228,73 ; b) €2.251,02 ; c) €2.400,00 ; d) Nenhuma das outras .

$$200 a_{\overline{12}|1\%} \approx 2251,015$$

2ª Parte (130/200 pontos)

Neste grupo de questões apresente os seus cálculos no espaço disponibilizado a seguir à questão e escreva a resposta final na caixa indicada. Fundamental apresentar todas as fórmulas e cálculos intermédios necessários.

1. (50 pontos)

A empresa "Zulmira SA" emitiu um empréstimo obrigacionista nos seguintes termos:

- Data de emissão: 01/01/2016;
- Valor nominal: €10,00;
- Nº de títulos emitidos acima do par: 120.000;
- Preço de emissão: €10,20;
- Prazo: 3 anos;
- Taxa anual nominal com capitalizações semestrais de cupão, de 6%;  $\rightarrow i_s = 3\%$
- Primeiro reembolso, 1 ano após a emissão;
- Pagamento de juros semestrais, com o 1º pagamento em 01/07/2016;
- Reembolsos anuais e constantes;
- Prémio de reembolso: €0,2 por obrigação no primeiro ano e de €0,3 nos seguintes.

a) Calcule o valor do empréstimo.

$$\begin{aligned} \text{Empréstimo} &: 120\,000(10,00) = \text{€ } 1.200.000,00 \\ \text{Prémio} &: 120\,000(0,20) = \frac{24\,000,00}{1.224.000,00} \\ \text{"Encargos"} &: \end{aligned} \quad , \quad \begin{aligned} j_1 &= 1200000(0,03) \\ &= 36\,000 \end{aligned}$$

R: do empréstimo: 1200.000,00 €

b) Preencha o quadro de amortização, do 1º ano e meio:

| Período<br>Semestre | Dívida<br>no início | Juro   | Nº de<br>obrigações<br>reembolsadas | Amortização | Prémio | Prestação  | Amortização<br>acumulada |
|---------------------|---------------------|--------|-------------------------------------|-------------|--------|------------|--------------------------|
| 1                   | 1200 000            | 36 000 | —                                   | —           | —      | 36 000,00  | —                        |
| 2                   | 1200 000            | 36 000 | 40 000                              | 400 000,00  | 34 000 | 460 000,00 | 400 000,00               |
| 3                   | 800 000             | 24 000 | —                                   | —           | —      | 24 000,00  | 400 000,00               |
|                     | ...                 |        |                                     |             |        |            | ...                      |
|                     |                     |        |                                     |             |        |            |                          |
|                     |                     |        |                                     |             |        |            |                          |

c) O Sr. Zeca comprou 50 obrigações logo após o pagamento do 3º cupão e manteve-as até final do empréstimo. Sabendo que conseguiu, com este investimento, uma taxa de rentabilidade anual de 11%, **escreva a equação** que permite calcular quanto gastou este investidor para comprar as obrigações.

$$\text{Seja } r_A = 11\% \quad \text{e} \quad r_s^* = (1,11)^{1/2} - 1 \quad \text{e}$$

$$\text{Custo} = 50(10)(0,03) \frac{1}{31r_s^*} + 50(10,30)(1,11)^{-1,5} \frac{1}{(1+r_s^*)^{-3}}$$

R:

Nome: \_\_\_\_\_

Número: \_\_\_\_\_

**2. (40 pontos)**

A "Zulmira SA" vai adquirir uma viatura automóvel através de um contrato de locação financeira. O valor da viatura é de €20.000. Para tal recebeu a seguinte proposta da sociedade financeira *LeasingAuto*:

- Taxa de juro trimestral de 2%;
- Valores a pagar:
  - Entrada Inicial – 5% do valor do contrato;
  - 12 Prestações trimestrais, postecipadas e constantes, com a primeira a ser paga 3 meses após a data do contrato;
  - Valor Residual de 10% do valor do contrato, a ser pago com a última prestação trimestral.

a) Calcule o valor das prestações trimestrais.

$$E = 0.05(20000) = 1000, \quad \frac{i}{4} = 0.02, \quad VR = 0.1(20000) = 2000$$

$$20,000 = 1000 + x a_{\overline{12}|2\%} + 2000(1.02)^{-12}$$

$$x \approx 1647.51$$

R: ~€1647,51

b) Calcule o montante por liquidar um ano após o início do contrato imediatamente após o pagamento da respetiva prestação.

Por liquidação (depois de 1 ano): 8 prestações, com

$$V.A. = x a_{\overline{8}|2\%} \approx 12068,83$$

R: ~€12068,83

c) Entretanto a "Zulmira SA" recebeu uma outra proposta de outra sociedade de leasing, com uma taxa de juro trimestral de 2% e os seguintes valores a pagar:

- Não há Entrada Inicial;
- 11 Prestações trimestrais, postecipadas e de valor crescente em progressão geométrica de razão 1,2 sendo a primeira paga ao fim do primeiro trimestre;
- O Valor Residual corresponde à última prestação.

Calcule o valor da primeira prestação trimestral desta nova proposta.

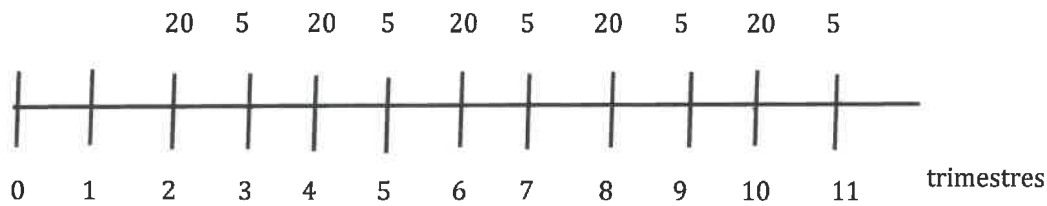
$i = 2\%$

$$20000 = e \frac{1 - 1.2^{11} (1.02)^{-11}}{1.02 - 1.2} \approx 723,51$$

R: ~€723,51

**3. (40 pontos)**

Considere o seguinte conjunto de capitais.



- a) Calcule o seu valor atual, utilizando as fórmulas referentes a anuidades,  $a_{\overline{n}|i}$  ou  $s_{\overline{n}|i}$ , para uma taxa de juro semestral de 3%.

$$A = 20 a_{\overline{11}|3\%} + 5 a_{\overline{11}|3\%} (1.03)^{-0,5} \simeq 114,16 \text{ €}$$

$$= a_{\overline{11}|3\%} (20 + 5(1.03)^{-0,5})$$

R:  $\simeq 114,16$

- b) Calcule o seu valor acumulado no 11º trimestre considerando a mesma taxa de juro.

$$S = A (1.03)^{5,5} \simeq 134,31$$

R:  $\simeq 134,31$