ISEG Cálculo e Instrumentos Financeiros – 1º ano/Economia-Finanças-Gestão, 1º sem., EER 01.02.2019, 09h00
1ª Parte (70/200 pontos) Tempo Total: 2h

1ª Parte: 70 pontos. ***As respostas são escritas apenas no espaço disponível. Todas as questões de Verdadeiro/Falso têm igual pontuação. Durante a prova não são admitidos quaisquer comentários ou questões dos alunos. Escreva o seu nome e número em todas as folhas, no local adequado.***

Nome:____**Número:**_________

No seguinte grupo de questões, cada resposta certa dá 2,5 pontos, respostas erradas –2,5 cada (2,5 de penalização).
[*A cada grupo de 4 questões é sempre atribuída uma classificação de **0** (mínimo) a **10** (máximo)*]
Escreva um ***X*** em *Verdadeiro* (**V**) ou *Falso* (**F**) na quadrícula apropriada.

1. Considere os regimes de Juro Simples e Composto, e taxas:

	V	F
Tanto em Regime Simples como em Composto, uma taxa nominal anual, positiva e com acumulação trimestral, nunca pode ser equivalente à taxa efectiva correspondente.		X
Para a taxa $i = 10\%$, uma aplicação em regime de juro simples demora cerca de +37,5% do tempo a duplicar o capital comparativamente a uma aplicação em regime de juro composto.	✓	
Para taxas de juro superiores a 100%, o Regime de Juro Simples demora sempre mais tempo a duplicar o capital comparativamente ao Regime de Juro Composto.		X
Sejam duas taxas efectivas (não negativas) reportadas a um mesmo período e tais que $i_1 > i_2$. Então, as respectivas taxas anuais nominais delas derivadas também verificam $TAN_1 > TAN_2$.	✓	

2. Sejam diferentes tipos de anuidades, diferidas, perpetuidades. Considere sempre $i > 0$.

	V	F
Seja $a_{\overline{\infty}\vert i} = 20$. Então, verifica-se $a_{\overline{n}\vert i} / \ddot{a}_{\overline{n}\vert i} = 1{,}05$.		X
Uma renda define-se como um conjunto de pagamentos constantes, de periodicidade constante e com com taxa de juro constante.		X
Sabendo que $a_{\overline{\infty}\vert i} = 20$ e que $s_{\overline{\infty}\vert i} = 30$, então podemos afirmar que se está perante uma perpetuidade de taxa de juro de igual 5%.		X
A notação $\ddot{a}_{\overline{n}\vert i}$ representa uma anuidade ordinária e antecipada com n pagamentos todos iguais a *T*, para uma taxa de juro sempre constante *i*.		X

3. Considere os produtos financeiros indicados:

	V	F
Num empréstimo com reembolso em prestações constantes tanto a dívida de capital como de juros são não crescentes ao longo do prazo do empréstimo.		X
Um empréstimo obrigacionista que é colocado na totalidade, altera o valor do empréstimo se os títulos forem emitidos acima do par. Ou seja, o novo valor do empréstimo corresponde ao valor nominal global mais os prémios de emissão recebidos.		X
A operação de locação financeira, conhecida como *leasing*, corresponde a um empréstimo bancário acrescido de uma opção de pagamento de um valor residual.		X
Uma sociedade por quotas pode emitir ações desde que a emissão seja pública e que pague juros.		X

4. Considere as situações seguintes:

	V	F
Um empréstimo de €100.000 a um prazo de cinco anos é reembolsado anualmente em quatro vezes com amortizações de €25.000 cada a uma taxa anual de 5%. O juro pago no último ano é de €1250,00.	✓	
Para uma taxa $i > 0$, verifica-se que $s_{\overline{n}\vert i} > n$.	✓	
Considere um empréstimo obrigacionista com emissão acima do par e reembolso ao par. A rentabilidade para o investidor é menor que a taxa de cupão.	✓	
Considere uma anuidade e a correspondente taxa de juro $i \geq 0$. Tem-se $1/a_{\overline{n}\vert i} - 1/s_{\overline{n}\vert i} = i$.	✓	

No próximo grupo de questões, escreva √ ou X na caixa seguinte à resposta que considera correcta (<u>só uma está</u>). Em cada grupo, uma resposta certa tem <u>5 pontos</u> e uma resposta errada leva <u>-1,25</u> pontos (penalização de 1,25).

5. Considere juro simples e uma taxa mensal de 1,2%. O Dr. Zeferino contratou um empréstimo de €57.000,00. A dívida e juros foram pagos de uma só vez no final num montante de €63.839,54. Qual o prazo do empréstimo? (aproximadamente):

$57000(1+x\ 0{,}012)=63839{,}54$
$x \simeq 10$ meses

a) 1 ano, 2 meses e 3 dias ☐; b) 9 meses e 10 dias ☐; c) 9 meses e 15 dias ☐; d) Nenhuma das outras ☑.

6. O Dr. Zeferino aplicou um capital de €5.000,00 em regime de juro composto, produziu durante os 4 anos da aplicação um capital acumulado de €6.281,78. Determine taxa de juro trimestral que produziria o mesmo capital acumulado durante o mesmo prazo (aproximadamente).

a) 1,43% ☑; b) 1,60% ☐; c) 1,46% ☐; d) Nenhuma das outras ☐.

$5000(1+i)^{16}=6281{,}78 \rightarrow i \simeq 1{,}4365 \rightarrow i \simeq 1{,}43\%$

7. A empresa onde o Dr. Zeferino trabalha emitiu um empréstimo obrigacionista. A emissão é feita ao par, e reembolso também ao par (e não há despesas adicionais). Uma obrigação é vendida no mercado ao valor nominal a meio de um período de pagamento de juros. A **taxa de rendimento para o investidor que vendeu**, e que tinha comprado na data de emissão, é (relativamente à taxa de cupão):

a) Superior, à taxa de cupão ☐; b) Igual ☐; c) Inferior ☑; d) Falta informação ☐.

8. Considere regime de juro composto. Assinale a taxa trimestral que é equivalente à taxa correspondente a uma taxa anual nominal com capitalizações semestrais de 12% (aproximada ao €0.01):

a) 2,96% ☑; **b)** 3% ☐; c) 3,14% ☐; **d)** 5,83% ☐.

$i_4=(1{,}06)^{1/2}-1 \simeq 2{,}96\%$

9. Considere o seguinte quadro de amortização para um empréstimo com prestações anuais constantes de capital e juro, a ser pago em oito anos (em €):

Ano	**C_{k-1}**	**J_k**	**m_k**	**T_k**	**M_k**	**C_k**
3	2.604.704,00	260.470,00	227.766,00	488.236,00	623.062,00	2.376.938,00

A amortização de capital no último período do empréstimo é de (aproximadamente):

a) €511 211,00 ☐; **b)** €488 236,00 ☐; **c)** €443.851,00€ ☐; **d)** nenhuma das outras ☑.

$T_1=\dots=T_8$
$m_8 < T_8 \Rightarrow$ a) e b) não podem ser, c) também não pq $443.851(1+i) \neq T_8$

10. O Dr. Zeferino tem hoje a receber 10 prestações mensais crescentes em progressão geométrica, a uma taxa de crescimento de 1% ao mês, sendo a primeira recebida de hoje a um mês e é no valor de €10. Para uma taxa de juro de $i_M = 1\%$, taxa mensal efetiva, o valor atual do conjunto de capitais é (em €):

a) $^{10(0,1)}/_{1,01}$ ☐; b) ∞ ☐; c) $^{10^2}/_{1,01}$ ☑; d) Nenhuma das outras ☐.

$$V.A = \frac{10}{1{,}01}+\frac{10(1{,}01)}{1{,}01^2}+\dots+\frac{10(1{,}01)^9}{(1{,}01)^{10}}=\frac{10}{1{,}01}(1+1+\dots+1)=\frac{10^2}{1{,}01}$$

Nome:____ Número:________

2ª Parte (130/200 pontos)

Neste grupo de questões apresente os seus cálculos no espaço disponibilizado a seguir à questão e escreva a resposta final na caixa indicada. Fundamental apresentar todas as fórmulas e cálculos intermédios necessários.

1. (50 pontos)

A empresa "Zeferino Tech SA" emitiu um empréstimo obrigacionista nos seguintes termos:

- Data de emissão: 01/01/2016;
- Valor nominal: €10,00;
- Nº de títulos emitidos, abaixo do par: 120.000;
- Preço de emissão: €9,80;
- Prazo: 3 anos;
- Taxa anual nominal variável, com capitalizações semestrais de cupão: 1º ano: 6%; Restantes: 6,2%;
- Primeiro reembolso, 1 ano após a emissão;
- Pagamento de juros semestrais, com o 1º pagamento em 01/07/2016;
- Reembolsos anuais e constantes;
- Prémio de reembolso: €0,2 por obrigação no primeiro ano e de €0,25 nos seguintes.

a) Calcule o valor do empréstimo.

Empréstimo: 120000(10,00) = 1200000,00

R: € 1 200 000

b) Preencha o quadro de amortização, **apenas** referente ao 1º ano e meio:

Período	Divida no inicio	Juro	Nº de obrigações reembolsadas	Amortização	Prémio	Prestação	Amortização acumulada
0							1200 000
1	1200 000	36 000	—	—	—	36 000	1 200 000
2	1200 000	36 000	40 000	400 000	8000	444 000	800 000
3	800 000	24 800	—	—	—	24 800	800 000
4	800 000	24 800	40 000	400 000	12 000	436 800	400 000
5	400 000	12 400	—	—	—	12 400	400 000
6	400 000	12 400	40 000	400 000	12000	424 400	0

c) A Dra. Zaida comprou 100 obrigações na data de emissão e vendeu-as exactamente três meses após o pagamento do 3º cupão. Sabendo que conseguiu com o seu investimento, uma taxa de rentabilidade anual de 11%, **escreva a equação** que permite calcular quanto recebeu a Dra. Zaida pela venda das obrigações.

Valor Pago na emissão: 100(9,80) = 980,00

taxa rent. anual: 11% = r

taxa semestral $r^* = 1.11^{1/2} - 1 \simeq 5.36\%$

Cupões 1 e 2: 100(10) 0.03 = 30,00 ; Cupão 3 = 100(10)(0.031) = 31,00

S: valor venda das 100 obr's

(980) +30 +30 +31 S

1 2 3 3½ 4

Uma equação:

$$S + 30\, s_{\overline{2}|r^*}(1+r^*)^{1.25} + 31(1+r^*)^{0.25} = 980(1.11)^{1.75}$$

R:

2. (30 pontos)

O Dr. Zeferino decidiu adquirir uma viatura *SUV* através de um contrato de locação financeira. O valor da viatura é de €30.000. Para tal recebeu a seguinte proposta da sociedade financeira *LeaseZappa, Lda*:

- Taxa de juro nominal anual de 8%, com acumulação ao trimestre;
- Valores a pagar:
  - Entrada Inicial – 10% do valor do contrato;
  - 10 Prestações trimestrais, postecipadas e constantes, com a primeira a ser paga 6 meses após a data do contrato;
  - Valor Residual de 15% do valor do contrato, a ser pago um mês após a ultima prestação periódica.

a) Calcule o valor de cada uma das prestações trimestrais.

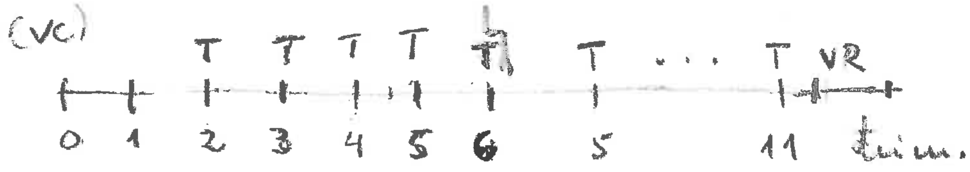
$VC = 30000$, $\quad i^{(4)} = 8\% \longrightarrow i_4 = 2\%$

$$30000 = 3000 + T \; {}_{1|}a_{\overline{10}|} + 4500\,(1{,}02)^{-11\,1/3}$$

$$T \simeq 2657{,}67$$

R: € 2657,67

b) Calcule o montante das prestações periódicas vincendas um ano e meio após o início do contrato e imediatamente após o pagamento da respetiva prestação (o montante é o valor de reporte a essa data).



1 ano : faltam 5 pagamentos

$$2657{,}67 \; a_{\overline{5}|2\%} \simeq 12\,526{,}81$$

R: € 12 526,81

Nome:____Número:________

3. (50 pontos)

O Dr. Zeferino acordou vender o seu o automóvel secundário à sua amiga Dra. Zaida por €12.000,00. O acordo determina que o Dr. Zeferino receba hoje um adiantamento de €3.500,00 e mais dez recebimentos iguais, no final de cada três meses. Considerando o regime de juro composto e uma taxa efetiva anual de 10,9%.

a) O primeiro dos dez recebimentos periódicos vence daqui a três meses. Calcule o valor de cada um desses recebimentos.

$i_A = 10{,}9\% \Leftrightarrow i_T = (1.09)^{1/4} - 1 \simeq 2{,}62202\%$; $a_{\overline{10|}i_T} \simeq 8{,}69795$

$12000 - 3500 = T\, a_{\overline{10|}i_T} \Leftrightarrow T = \frac{8500}{a_{\overline{10|}i_T}} \simeq 977{,}24$

R: ~ € 977,24

b) É suprimido o pagamento do adiantamento de €3.500,00 se os pagamentos periódicos forem efectuados no início de cada trimestre. Calcule o valor de cada um dos dez recebimentos periódicos (mantém-se a taxa de juro).

$12000 = T^* \ddot{a}_{\overline{10|}i_T} = T^* a_{\overline{10|}i_T} (1.0262202)$

$T^* = 1344{,}39$

R: ~ € 1344.39

c) Volte à situação inicial em a). A Dra. Zaida, devido a problemas financeiros inesperados, concluiu não vai conseguir pagar a última tranche (último pagamento). O Dr. Zeferino, que é um homem bom, foi solidário com a amiga e perdoou-lhe o último pagamento. Neste caso, qual foi o valor do desconto ao valor da venda, que o Dr. Zeferino concedeu à amiga, à data de hoje (data do acordo)?

Valor do Desconto: $977{,}24\ (1.0262202)^{-10} \simeq 754{,}52$

R: ~ € 754,52

Formulário de Cálculo e Instrumentos Financeiros

Fórmula geral de capitalização: $C_n = C_0 + J$

RJS: $C_n = C_0(1 + n \cdot i_A)$

RJC: $C_n = C_0(1 + i_A)^n$

Taxas equivalentes (RJC): Seja um período A (ano) subdividido em m ou n partes:

$$(1 + i_{A/m})^m = (1 + i_{A/n})^n = (1 + i_A)$$

Relação entre **taxa efectiva** e **taxa nominal** (m capitalizações): $i_A^{(m)} = m\left[(1 + i_A)^{1/m} - 1\right]$

Relação entre **taxa de desconto** (simples) e taxa de juro: $d = \frac{1+i}{i}$.

Desconto bancário: $DB = J + CC + Is + OE$

Taxa real, RJS: $Vn = PLD\left(1 + \frac{n+2}{365} i_{REAL}\right)$

TAEG: $Vn = PLD(1 + i_{TAEG})^{\frac{n+2}{365}}$

TAE: $Vn = PLD'(1 + i_{TAE})^{\frac{n+2}{365}}$

Juros (base, ano civil): $J = VN\left(\frac{n+2}{365}\right) i_A$

Comissão de cobrança: $CC = VN(Tx)CC$

Imposto de selo: $IS = TxIS(J + CC)$

$PLD = VN - BD$

Taxa instantânea de capitalização: $\delta = \ln(1 + i_A)$

Taxa de juro média RJS: $\bar{i} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} i_{A,k}$

Taxa de juro média RJC, $\bar{i}_A$: $\prod_{k=1}^{n}(1 + i_{A,k}) = (1 + \bar{i}_A)^n$

Taxa de juro média com vários capitais:

RJS: $\sum_{k=1}^{n} C_k(1 + n_k i_k) = \sum_{k=1}^{n} C_k(1 + n_k \bar{i})$

RJC: $\sum_{k=1}^{n} C_k(1 + i_k)^{n_k} = \sum_{k=1}^{n} C_k(1 + \bar{i})^{n_k}$

Valor Atual e Valor Acumulado de rendas unitárias:

Valor Atual, termos normais e constantes:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Valor Acumulado, termos normais e constantes:

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow s_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)^n$$

Valor Atual, de termos antecipados e constantes:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + a_{\overline{n-1}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)$$

Valor Acumulado, de termos antecipados e constantes: $\ddot{s}_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n}|i}(1+i)$

Valor Atual, termos diferidos e constantes:

$${}_{k|}a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}(1+i)^{-k}$$

Valor Acumulado, de termos diferidos e constantes: ${}_{k|}s_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n}|i}$

Valor Atual de renda perpétua: $a_{\overline{\infty}|i} = 1/i$

Valor Atual e Valor Acumulado de rendas com termos variáveis:

Valor Atual, com termos em progressão aritmética crescente (razão h):

$$(C-h)a_{\overline{n}|i} + h(Ia)_{\overline{n}|i};\ (Ia)_{\overline{n}|i} = \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|i} - n(1+i)^{-n}}{i}$$

Valor Atual, com termos em progressão aritmética decrescente (razão h)

$$(D-h)a_{\overline{n}|i} + h(Da)_{\overline{n}|i};\ (Da)_{\overline{n}|i} = \frac{n - a_{\overline{n}|i}}{i}$$

Valor Atual, com termos em progressão geométrica: $C \times \frac{1-(hv)^n}{1-h+i}$

Valor Atual de rendas unitárias fraccionadas:

$$a_{\overline{n}|i}^{(m)} = a_{\overline{n}|i}\frac{i}{i^{(m)}};\ s_{\overline{n}|i}^{(m)} = s_{\overline{n}|i}\frac{i}{i^{(m)}};\ a_{\overline{n}|i_A}^{(m)} = \frac{1}{m}a_{\overline{mn}|i_m}$$

Leasing (para rendas-base imediatas e postecipadas, caso comum):

$$Vc = E + Ta_{\overline{n}|i} + Vr(1+i)^{-n}$$