

Nome: _____ N.º _____

| | | | |
|--|------|------|------|
| <i>Espaço reservado a classificações</i> | | | |
| 1.a) | 1.c) | 3) | 4.b) |
| 1.b) | 2) | 4.a) | 4.c) |

Se necessitar de mais espaço, pode utilizar a última página do enunciado, indicando claramente a respectiva questão.
É expressamente proibido destacar as folhas do enunciado!

Boa Sorte!

1) Assuma que o número de unidades de um produto que uma pessoa adquire é uma variável aleatória com a seguinte função probabilidade:

$$f(x|\alpha) = \alpha^x(1 - \alpha) \quad (x = 0, 1, 2, \dots; 0 < \alpha < 1), \text{ onde } E(X) = \frac{\alpha}{1 - \alpha}.$$

Considere ainda que de uma amostra casual se obteve $\bar{x} = 4$.

a) Mostre que o estimador da máxima verosimilhança para α é dado por: $\hat{\alpha} = \bar{X}/(\bar{X} + 1)$. (1.5)

b) O estimador do método dos momentos para α ... (1.0)

| | |
|--|--|
| ... não existe. | |
| ... é igual ao estimador da máxima verosimilhança. | |
| ... é igual a $\bar{X}/(1 - \bar{X})$. | |
| ... é igual a \bar{X} . | |

- c) Calcule, justificando, a estimativa para a probabilidade de uma pessoa não adquirir o produto, isto é, a estimativa para $f(0|\alpha)$. (1.0)

2) Verdadeiro ou Falso? Assinale com um **X**. (0.25 cada; -0.25 por resposta errada)

| | V | F |
|---|--------------------------|--------------------------|
| Se T é um estimador consistente para θ , então T tem de ser centrado para θ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Sejam T_1 e T_2 dois estimadores centrados para θ . Então T_1 é mais eficiente do que T_2 se e só se: $Var(T_1) \leq Var(T_2)$, $\forall \theta \in \Theta$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| A desigualdade de Fréchet-Cramer-Rao coloca um limite inferior para a variância de um estimador centrado de θ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Uma variável fulcral é um estimador. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

3) Os rácios de liquidez de dois grupos de empresas podem ser considerados variáveis aleatórias independentes. Recolhidas amostras casuais de ambos os grupos, obtiveram-se os seguintes resultados:

- Amostra de empresas do Grupo 1: $m = 50$, $\bar{x}_1 = 2.05$, $s_1'^2 = 1.60$
- Amostra de empresas do Grupo 2: $n = 50$, $\bar{x}_2 = 2.20$, $s_2'^2 = 1.75$

Construa um intervalo de confiança a 95% para a diferença entre as médias dos rácios de liquidez das empresas dos Grupos 1 e 2. Interprete o resultado obtido. (1.5)

4) Num estudo levado a cabo pela Associação de Estudantes do ISEG, foram inquiridos 100 estudantes da Licenciatura em Gestão, dos quais 82 manifestaram estar satisfeitos com a escolha do curso.

a) Teste com um nível de significância de 5% a hipótese de mais de 80% dos estudantes da Licenciatura em Gestão estarem satisfeitos com a escolha do curso. O que pode concluir? (1.5)

b) Qual a potência do teste efetuado na alínea anterior, admitindo que a verdadeira proporção de alunos satisfeitos é de 90%. (1.5)

c) Caso o nível de significância do teste de hipóteses em a) aumentasse de 5% para 10%, o que aconteceria ao valor-p? (1.0)

| | |
|-------------------------|--|
| Aumentava. | |
| Diminuía. | |
| Mantinha-se inalterado. | |