

Nome: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_

<i>Espaço reservado a classificações</i>					
1.a)	1.b)		1.a)	1.b)	
1.c)	1.d)		1.c)	1.d)	
2.a)	2.b)	2.c)	1.e)	1.f)	
<b>PARTE I:</b>			<b>PARTE II:</b>		

Se necessitar de mais espaço, pode utilizar a última página do enunciado, indicando claramente a respectiva questão.

É expressamente proibido destacar as folhas do enunciado!

*Boa Sorte!*

## PARTE II

1) Um estudo econométrico de regressão linear levado a cabo sobre as empresas tecnológicas portuguesas baseou-se no seguinte modelo:

$$RESULT_t = \beta_1 + \beta_2 CAP_t + \beta_3 PESS_t + \beta_4 IMP_t + \beta_5 NEMP_t + u_t$$

Onde:

- $RESULT_t$  – resultado líquido da empresa  $t$  (em milhares de euros);
- $CAP_t$  – capital próprio da empresa  $t$  (em milhares de euros);
- $PESS_t$  – custos com pessoal da empresa  $t$  (em milhares de euros);
- $IMP_t$  – impostos pagos pela empresa  $t$  (em milhares de euros);
- $NEMP_t$  – número de empregados da empresa  $t$ .

No anexo encontram-se modelos de regressão estimados que deve utilizar para responder às questões que se seguem.

a) Interprete as estimativas dos coeficientes associados com os regressores **CAP** e **NEMP** na **Equação 1**. (1.5)

b) Teste ao nível de 5% a significância individual dos regressores **CAP** e **NEMP** na **Equação 1**.  
(1.5)

c) Teste a significância global da **Equação 1** ao nível de 5%. (1.5)

d) As variáveis **IMP** e **NEMP** são, no seu conjunto, relevantes para explicar o resultado líquido? Justifique com base num teste adequado ao nível de 5%. (1.5)

e) Indique como poderia detectar a presença de heterocedasticidade na **Equação 2**. Formalize o problema em termos das hipóteses a testar, estatística de teste e respectiva distribuição. Recomende uma possível medida correctiva no caso de ser detectada heterocedasticidade. (2.0)

- f) Defina uma variável binária indicativa do grau de internacionalização da empresa (1, se “multinacional”; 0 se “nacional”). Como poderia testar a alteração de estrutura na **Equação 2** entre as empresas nacionais e multinacionais usando a variável binária? Formalize o problema em termos das hipóteses a testar, estatística de teste e respectiva distribuição. (2.0)

## PARTE I

1. Os distribuidores de pizzas ao domicílio de uma certa pizaria recebem por vezes gorjetas dos clientes. Como tal, o dono dessa pizaria está interessado em estimar a média das gorjetas recebidas. Assuma que o montante, em euros, de cada gorjeta é uma variável aleatória  $X$  com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  desconhecidas. Considere ainda que para uma amostra casual de  $n = 100$  entregas ao domicílio se obteve  $\bar{x} = 1.75$  e  $s'^2 = 1$ .

a) Mostre que os estimadores do método dos momentos para os parâmetros desconhecidos são:

$$\tilde{\mu} = \bar{X} \text{ e } \tilde{\sigma}^2 = S^2 = (\sum_{i=1}^n X_i^2)/n - \bar{X}^2. \quad (2.0)$$

b) As respectivas estimativas do método dos momentos para os parâmetros são:

(Resposta certa: 1 / Resposta errada: -0.25)

$\tilde{\mu} = 1.75 \text{ e } \tilde{\sigma}^2 = 0.99^2$	
$\tilde{\mu} = 1.75 \text{ e } \tilde{\sigma}^2 = 0.99$	
$\tilde{\mu} = 1.75 \text{ e } \tilde{\sigma}^2 = \sqrt{0.99}$	

c) Construa um intervalo de confiança a 99% para a média das gorjetas  $\mu$ , e interprete o resultado obtido arredondado às décimas. (1.5)

d) Após alguma reflexão, o dono da pizzeria concluiu que a média das gorjetas não chega a 2 euros. Comente esta afirmação do dono da pizzeria efectuando um teste de hipóteses adequado com um nível de 5%. (1.5)

2. Ainda de acordo com o exercício anterior, o dono da pizzeria está agora interessado na frequência  $\theta$  com que os clientes dão gorjeta. Assim sendo, definiu uma variável aleatória de Bernoulli,  $Y$ , como sendo o indicador da gorjeta, isto é,  $Y = 1$  se o distribuidor recebeu gorjeta e  $Y = 0$  caso contrário. Usando a mesma amostra casual de  $n = 100$  entregas ao domicílio, o dono da pizzeria obteve  $\sum_{i=1}^{100} y_i = 41$ .

a) Sabendo que o estimador da máxima verosimilhança é  $\hat{\theta} = \bar{Y}$ , mostre que este é consistente para  $\theta$ . (1.5)

b) A percentagem de clientes que não dão gorjeta aos distribuidores é dada pela expressão:  $100(1 - \theta)$ . Calcule, justificando, a estimativa da máxima verosimilhança para esta percentagem. (1.5)

c) O intervalo de confiança a 95% para  $\theta$  é: (0.3136, 0.5064). Então:  
(Resposta certa: 1 / Resposta errada: -0.25)

Rejeita-se $H_0: \theta = 0.5$ contra $H_1: \theta \neq 0.5$ para $\alpha = 0.05$ .	
Não se rejeita $H_0: \theta = 0.5$ contra $H_1: \theta \neq 0.5$ para $\alpha = 0.10$ .	
Rejeita-se $H_0: \theta = 0.5$ contra $H_1: \theta \neq 0.5$ para $\alpha = 0.025$ .	
Não se rejeita $H_0: \theta = 0.5$ contra $H_1: \theta \neq 0.5$ para $\alpha = 0.05$ .	



## ANEXO

**Equação 1:**  $RESULT_t = \beta_1 + \beta_2 CAP_t + \beta_3 PESS_t + \beta_4 IMP_t + \beta_5 NEMP_t + u_t$

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.846
R Square	0.715
Adjusted R Square	0.682
Standard Error	3751.874
Observations	40

ANOVA				
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
Regression	4	1236393527	309098381.8	21.958
Residual	35	492679686.2	14076562.46	
Total	39	1729073214		

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>
Intercept	697.852	802.648	0.869	0.391
<i>CAP</i>	0.032	0.029	1.081	0.287
<i>PESS</i>	0.145	0.072	2.006	0.053
<i>IMP</i>	2.154	0.305	7.056	0.000
<i>NEMP</i>	-7.167	2.026	-3.537	0.001

**Equação 2:**  $RESULT_t = \beta_1 + \beta_2 CAP_t + \beta_3 PESS_t + u_t$

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.400
R Square	0.160
Adjusted R Square	0.115
Standard Error	6264.437
Observations	40

ANOVA				
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
Regression	2	277075915.6	138537957.8	3.530
Residual	37	1451997298	39243170.21	
Total	39	1729073214		

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>
Intercept	950.916	1321.184	0.720	0.476
<i>CAP</i>	0.101	0.046	2.171	0.036
<i>PESS</i>	-0.026	0.076	-0.342	0.734