

1ª Parte: 35 pontos. As respostas são escritas apenas no espaço disponível. Todas as questões de Verdadeiro/Falso têm igual pontuação. Durante a prova não são admitidos quaisquer comentários ou questões dos alunos. Escreva o seu nome e número em todas as folhas, no local adequado.

Nome: _____ Número: _____

No seguinte grupo de questões, cada resposta certa dá 2,5 pontos, respostas erradas -2,5 cada (2,5 de penalização).
 [A cada grupo de 4 questões é sempre atribuída uma classificação de 0 (mínimo) a 10 (máximo)]
 Escreva um **X** em Verdadeiro (**V**) ou Falso (**F**) na quadrícula apropriada.

1. Considere o cálculo de capitais, regimes e taxas; Equação do valor:

	V	F
Considere um empréstimo bancário de curto prazo e uma taxa de juro positiva. A taxa de juro anual nominal, apresentada pelo banco ao cliente, é proporcional à taxa efectiva que pretende cobrar, independentemente de aplicação de juro simples ou composto.	√	
Sejam i_A e i_S taxas de juro, anual e semestral respectivamente e sejam os factores de capitalização $(1 + i_S) = v_S^{-1}$ e $(1 + i_A) = v_A^{-1}$. Se i_A e i_S forem equivalentes então $\sqrt{v_A} = v_S$ qualquer que seja o regime de juros aplicável.	√	
Considere Regime de Juro Simples. Considere um capital de €1000 aplicado durante um ano às taxas efectivas trimestrais de 3% e 3,5%, sendo a primeira aplicável durante os 3 primeiros trimestres e a segunda durante o último. A taxa média corresponde à média aritmética simples.		X
É verdadeira a afirmação: "Capital vencido é capital liquidado"?		X

2. Considere anuidades de termos constantes:

	V	F
Uma anuidade é um conjunto de capitais vencíveis ao longo do tempo, independentemente da equidistância de vencimentos.		X
Considere 3 capitais C_1 , C_2 e C_3 , com vencimentos trimestrais equidistantes no tempo. O Capital Comum respectivo corresponde a $C_1 + C_2 + C_3$.		X
É verdadeira a afirmação: "A morte é certa mas um seguro de vida é uma renda incerta"?	√	
Seja uma taxa de juro $i > 0$ e $a_{\overline{n} i}$, $n = 1, 2, \dots$. Verifica-se $a_{\overline{n} i} < 1/i$.	√	

No próximo grupo de questões, assinale com √ ou X na caixa seguinte à resposta que considera correcta. Em cada grupo, uma resposta certa tem 5 pontos e uma resposta errada leva -1,25 pontos (penalização de 1,25).

3. O Sr. Zoroastro pretende contrair um empréstimo com acumulação em regime simples. Qual das seguintes opções de taxas considera mais vantajosa para ele?

a) $i_A^{(12)} = 6,30\%$ **X**; b) $i_S^{(2)} = 3,60\%$; c) $i_T^{(3)} = 1,80\%$; d) $i_A = 6,30\%$ **X**.

4. Se Sr. Zoroastro fizer uma aplicação de €15.000,00 em regime de juro composto à taxa anual efectiva de 1,5%, os juros obtidos no 3º ano de aplicação são de (aproximadamente):

a) €225,00 ; b) €231,80 **X**; c) €685,18 ; d) Nenhuma das outras .

5. Considere uma taxa anual nominal de acumulação semestral de 3,9%. O valor actual de um capital de €120.000,00 que o Sr. Zoroastro receberá daqui a 14 semestres é de (aproximadamente):

a) €104.826,39 ; b) €104.960,73 ; c) €112.156,89 ; d) Nenhuma das outras **X**.

2ª Parte (65/100 pontos)

Neste grupo de questões apresente os seus cálculos no espaço disponibilizado a seguir à questão e escreva a resposta final na caixa indicada. Fundamental apresentar todas as fórmulas e cálculos intermédios necessários.

1. (35 pontos)

O Sr. Zoroastro recebeu uma herança, em dinheiro, no valor de €10.000,00. O seu gestor de conta apresentou-lhe o seguinte conjunto de aplicações, com renovação automática nas condições iniciais, e em regime de juro composto:

Aplicação 1: €2.500,00, por 3 meses, à taxa anual convertível trimestralmente de 10%;

Aplicação 2: €3.250,00, por 4 meses, à taxa quadrimestral efectiva de 3%;

Aplicação 3: €4.250,00, por 6 meses, à taxa anual efectiva 10,25%.

- a) Identifique a aplicação que tem a taxa equivalente anual mais elevada.

$$\text{Aplicação 1} \rightarrow \frac{i_A^{(4)}}{4} = i_T = 2,50\% \rightarrow i_A = (1 + 0,025)^4 - 1 = 10,3813\%$$

$$\text{Aplicação 2} \rightarrow i_Q = 3\% \rightarrow i_A = (1 + 0,03)^3 - 1 = 9,2727\%$$

$$\text{Aplicação 3} \rightarrow i_A = 10,25\%$$

R: A aplicação que tem a taxa equivalente anual mais elevada é a aplicação 1.

- b) Calcule o valor acumulado global das 3 aplicações que terá o Sr. Zoroastro daqui a 5 anos.

$$\text{Aplicação 1} \rightarrow C_0 \times (1 + i_A)^5 = €15.000 \times (1 + 0,103813)^5 = €4.096,54$$

$$\text{Aplicação 2} \rightarrow C_0 \times (1 + i_A)^5 = €3.250 \times (1 + 0,092727)^5 = €5.063,39$$

$$\text{Aplicação 3} \rightarrow C_0 \times (1 + i_A)^5 = €4.250 \times (1 + 0,1025)^5 = €6.922,80$$

R: O valor acumulado das aplicações, daqui a 5 anos, é de €16.082,73.

- c) Admita que o Sr. Zoroastro pretende uma única aplicação com prazo de 5 anos (também em regime de juro composto). Calcule a taxa de juro anual equivalente para que seja indiferente ao Sr. Zoroastro entre investir na nova aplicação, única, e investir no conjunto inicialmente apresentado?

$$€16.082,73 = €10.000 \times (1 + i_A)^5$$

$$i_A = \sqrt[5]{\frac{€16.082,73}{€10.000}} - 1 = 9,9694\%$$

R: A taxa de juro anual equivalente pretendida é de 9,9694%.

2. (30 pontos)

O Sr. Zoroastro faz regularmente um depósito de uma determinada quantia fixa no final de cada mês. Adicionalmente, no final de cada ano, faz um depósito excepcional €1.400,00. Sabe-se que o dinheiro está a ser aplicado à taxa $i_A^{(12)} = 6\%$ e que, passados dez anos, o Sr. Zoroastro tem um valor acumulado (total) de €20.237,95.

- a) Ao fim de 10 anos, determine o valor acumulado dos depósitos extraordinários (apenas) que o Sr. Zoroastro efectua.

$$i_A^{(12)} / 12 = i_M = 0,50\% \rightarrow i_A = (1 + 0,005)^{12} - 1 = 6,1678\%$$

$$\text{Valor acumulado} = €1.400 \times s_{\overline{10}|} = €1.400 \times \frac{(1 + 0,061678)^{10} - 1}{0,061678} = €18.599,18$$

R: O valor acumulado dos depósitos extraordinários, daqui a 10 anos, é de €18.599,18.

- b) Calcule o valor que o Sr. Zoroastro deposita todos os meses (depósitos *regulares*)?

$$\text{Valor acumulado dos depósitos regulares} = €20.237,95 - €18.599,18 = €1.638,77$$

$$€1.638,77 = T \times s_{\overline{120}|0,50\%} = T \times \frac{(1 + 0,005)^{120} - 1}{0,005}$$

$$T = \frac{€1.638,77}{\frac{(1 + 0,005)^{120} - 1}{0,005}} \approx €10$$

R: O valor dos depósitos regulares é de €10.