



INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GEST3O

AN3LISE MATEM3TICA II - Licenciatura MAEG

3poca Recurso – 30 de Junho de 2016 Duraç3o: 2 horas

I

a) (2,0) Escreva a f3rmula de MacLaurin de ordem 2 da funç3o $f(x) = \arctg(x^2)$ com resto de Lagrange.

b) (1,0) Use o resultado da al3nea anterior para calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(x^2) - x^2}{\log(1 + x^3)}$.

II

Considere a funç3o $f : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por

$$f(x, y) = \frac{\log\{(x-1)^2 - y^2\}}{1 - e^{-x^2+y^2-4}}.$$

a) (1,5) Determine o dom3nio D_f da funç3o f e represente-o graficamente.

b) (1,0) Determine analiticamente $fr(D_f)$.

c) (1,5) Quais os valores de $\varepsilon > 0$, tornam verdadeira a seguinte express3o

$$B_\varepsilon((1,0)) \cap \text{int}(D_f) \subset \{(x, y) \in \mathfrak{R}^2 : |x-1| \leq 1\}.$$

III

Considere a funç3o $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$.

a) (1,0) Determine o valor de $\nabla f(0,0)$.

b) (1,5) Segundo que direç3es existe derivada direccional de f no ponto $(0,0)$?

c) (2,0) Estude a diferenciabilidade de f no ponto $(0,0)$, usando a definiç3o.

IV

Considere a função $F: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ definida por
 $F(x, y) = (x \cos \theta - y \operatorname{sen} \theta, x \operatorname{sen} \theta + y \cos \theta)$.

- a) (1,5) Determine o valor do Jacobiano de F .
b) (1,5) Calcule a derivada direccional de F segundo o vector $(\cos \alpha, \operatorname{sen} \alpha)$.

V

Seja a função $f(x, y) = e^{x+y}(x^2 - 3x + 3) + me^{2y}$, $m \neq 0$.

- a) (1,5) Para que valores de m os pontos $(0,0)$ e $(1,0)$ são pontos críticos de f ?
b) (1,5) Faça $m = -\frac{e}{2}$, e averigúe se $(1,0)$ é um extremante da função, classificando-o em caso afirmativo.

VI

(2,5) Considere a função complexa de variável complexa $f = u + iv$, com $v = g(e^{u^2})$, e g é uma função real diferenciável em \mathfrak{R} . Que funções $u(x, y)$ são admissíveis de forma a que f seja uma função inteira?

fim