LISBON SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

ANÁLISE MATEMÁTICA II

Licenciatura MAEG

Época Recurso – 3 de Julho de 2018

Duração: 2 horas

I

a) **(2,0)** Desenvolva em série de potências de $(x+1)$ a função $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$, indicando o intervalo de convergência da série.

b) **(1,5)** Escreva a fórmula de Taylor de ordem *2* da função *f* em torno do ponto $x_0=-1$, com resto de Lagrange.

II

Considere o conjunto $M=\left\{(x,y)\in\Re^2 : \dfrac{\ln^2(x+y)}{arctg(x-y)}>0\right\}$.

a) **(2,5)** Represente graficamente o conjunto *M* e determine *fr(M)*.

b) **(1,0)** Atribua um valor lógico à seguinte frase, justificando convenientemente,

$$\exists_{\varepsilon>0}\ \ fr(M)\subset B_\varepsilon((e,0)).$$

III

Considere a função

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^p\cos y+y^p senx}{x^2+y} & se\ \ y\neq -x^2\\ \alpha \quad se\ \ y=-x^2\end{cases}.$$

a) **(2,5)** Discuta a existência do vector $\nabla f(0,0)$ em função dos parâmetros $p\in N$ e $\alpha\in\Re$. Nos casos de existência, indique esse valor.

b) **(1,5)** Estude a diferenciabilidade de *f* no ponto $(0,0)$, considerando $p=2$ e $\alpha=0$.

IV

(2,5) Sejam *f* e *g* duas funções reais de classe C^1 em $\Re^2$, que verificam as seguintes igualdades em qualquer ponto de $\Re^2$,

$$\frac{\partial f}{\partial x}-\frac{\partial g}{\partial y}=0 \ \ \wedge\ \ \frac{\partial f}{\partial y}+\frac{\partial g}{\partial x}=0.$$

Use coordenadas polares para provar $\dfrac{\partial g}{\partial \theta}-\rho\dfrac{\partial f}{\partial \rho}=0$.

V

a) **(2,0)** Determine e classifique os pontos críticos da função $f(x,y)=2+x^2+\cos(x-y)$.

b) **(1,5)** Estude a existência de extremantes globais para a função.

VI

(3,0) Seja $f=u+iv$ uma função holomorfa num conjunto $\Omega\subset C$, que verifica $\dfrac{\partial u}{\partial x}+i\dfrac{\partial v}{\partial y}=0$ em Ω. Prove que *f* é um polinómio de grau inferior ou igual a um.

fim