11.18

$$C_t = \beta_1 + \beta_2 \underbrace{D_t}_{\text{despesa em €}} + \beta_3 \underbrace{I_t}_{\text{idade}} + u_t$$

C_t: litros consumidos

$n=50$

$$\hat{C}_t = 20,9457 + \underset{(0,0103)}{0,43434} D_t - \underset{(0,117)}{0,5228} I_t$$

a) Significância global: $F = \dfrac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \sim F(\underset{2}{k-1}, \underset{47}{n-k})$

$$F_{obs} = \frac{0,976/(3-1)}{(1-0,976)/(50-3)} = 955,7 \; ; \; RR = \{x : F_{obs} > \underset{0,95}{q_{1-\alpha}}\}$$

$$q_{1-\alpha} = 3,19506$$

Com $F_{obs} > q_{1-\alpha}$, rejeitamos H_0 para $\alpha = 5\%$, i.e. os regressores ~~são~~ D_t e I_t são globalmente significativos

significância individual: $t = \dfrac{b-\beta}{se(b)} \sim t(\underset{47}{n-k})$

$\boxed{D_t}$

$$t_{obs} = \frac{0,43434-0}{0,0103} = 42,1689$$

$$RR = \{x : t_{obs} < \underset{\approx -2,01174}{q_{\frac{\alpha}{2}}} \lor t_{obs} > \underset{\approx 2,01174}{q_{1-\frac{\alpha}{2}}}\}$$

Logo, Rej. H_0 para $\alpha=5\%$, i.e. o regressor D_t é individualmente significativo.

$\boxed{I_t}$

$$t_{obs} = \frac{-0,5228-0}{0,117} = -4,46838$$

Logo, Rej. H_0 para $\alpha = 5\%$, i.e. o regressor I_t é individualmente significativo

ver verso →

Testar Homocedasticidade

$W = n R^2 \overset{a}{\sim} \chi^2(\underbrace{p-1}_{=5})$

$RR = \{x : W_{obs} > q_{1-\alpha}\}$

R^2 do $\hat{u}_t^2$ regredido sobre $\underbrace{1, D_t, I_t, D_t^2, I_t^2, D_t \times I_t}_{p=6}$

$W_{obs} = 23{,}848 > q_{1-\alpha} \approx 11{,}0705$

Logo Rej. $H_0(\sigma_1^2 = \dots = \sigma_n^2)$ para $\alpha = 5\%$, i.e. os dados sugerem existência de Heterocedasticidade condicionada.

b) Sim, pois existindo Heterocedasticidade condicionada, e se quisermos testar a significância dos regressores, então temos de usar os erros padrão heterocedástico-consistentes. Além disso, estes testes (t e F) passam a ter validade assintótica apenas.

c) $$\frac{b_2 - \beta_2}{s^*_{b_2}} \overset{a}{\sim} N(0,1) \Rightarrow I(\beta_2, \%) = \left]b_2 - s^*_{b_2} q_{1-\frac{\alpha}{2}}, b_2 + s^*_{b_2} q_{1-\frac{\alpha}{2}}\right[$$

$$\approx \left]+0{,}43434 \pm (0{,}000366)^{1/2} \times 1{,}96\right[$$

$$\approx \left]0{,}396843 ; 0{,}471837\right[$$

$-q_{\frac{\alpha}{2}} = q_{1-\frac{\alpha}{2}} \approx 1{,}96$

$\alpha = 5\%$
$N(0,1)$

Nota: Cuidado, não se devem usar os quantis da $t(n-k)$ mas sim os da $N(0,1)$. $\frac{b_2 - \beta_2}{s^*_{b_2}} \overset{a}{\sim} N(0,1) \neq t(47)$.

11.22

y_t - classificação
x_{t2} - nota média no secundário
x_{t3} - horas de estudo;
x_{t4} - % de aulas frequentadas

} do aluno t.

$n = 54$; $\hat{y} = 2,339 + 0,1212\, x_{t2} + 0,05329 x_{t3} + 3,9664 x_{t4}$
$\qquad\qquad\qquad\qquad (0,03776) \quad (0,00622) \quad (0,8226)$

$R^2 = 0,90935$; $\sum \hat{u}_t^2 = 35,0649$.

Assumir $H_1, \ldots, H_6$.

a) Significância global: $F = \dfrac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \sim F(\underbrace{k-1}_{4-1=3}, \underbrace{n-k}_{54-4=50})$

$F_{obs} = \dfrac{0,90935/(4-1)}{(1-0,90935)/(54-4)} \approx 167,191$; $q_{1-\alpha} \approx 2,79001$

Como $F_{obs} > q_{1-\alpha}$, então Rej. H_0 para $\alpha = 5\%$, i.e. os regressores x_{t2}, x_{t3}, x_{t4} são significativos.

b) $G_1 \rightarrow$ não repetentes; $G_2 \rightarrow$ repetentes

O objectivo destas duas regressões é de obter a Variação Residual do modelo em que há quebra de estrutura, e assim podermos testar a hipótese de quebra de estrutura.

$F = \dfrac{(VR_0 - VR_1)/k}{VR_1/(n-2k)} \sim F(k, n-2k)$; $q_{1-\alpha} \underset{\substack{\uparrow \\ 5\%}}{\approx} 2,57404$

$F_{obs} = \dfrac{[35,0649 - (27,5074 + 1,5138)]/4}{(27,5074 + 1,5138)/(54 - 2\times 4)} \approx 2,39489$

Como $F_{obs} < q_{1-\alpha}$, não rejeitamos a H_0 (hipótese de permanência de estrutura) para $\alpha = 5\%$, i.e. não há evidência para podermos afirmar que os regressores têm diferentes efeitos sobre a classificação caso o aluno seja repetente ou não.

c) (Parece gralha: a regressão é sobre 1, y_t, e y_t^2)

$R^2 = 0{,}04351$.

Com este procedimento, temos informação suficiente para usar o teste White simplificado.

$W_{simp} = nR^2 \overset{a}{\sim} \chi^2(2)$; $W_{simp}^{obs} = 54 \times 0{,}04351 = 2{,}34954$

$q_{1-\alpha} \approx 5{,}99146$

Como $W_{simp}^{obs} < 5{,}99146$, não rejeitamos H_0 para $\alpha = 5\%$, logo não há evidência que haja heterocedasticidade condicionada.

d) $d_t = \begin{cases} 1, & \text{alunos fora de Lisboa} \\ 0, & \text{" dentro de Lisboa} \end{cases}$

$\hat{y}_t = 2{,}818 + 0{,}1158 x_{t2} + 0{,}04970 x_{t3} + 3{,}838 x_{t4} - 0{,}45 d_t$

$R^2 = 0{,}9129$; $\Sigma \hat{u}_t^2 = 33{,}67$

Com a introdução da variável d_t, o docente pretende captar um possível efeito autónomo (sobre β_1) caso o aluno resida fora de Lisboa.

Testar significância individual de d_t: $\frac{b_5 - 0}{se(b_5)} \sim t(n-k)$ $\quad 54 - 5 = 49$

$t_{obs} = \frac{-0{,}45}{0{,}3162} \approx -1{,}42315$; $-q_{\frac{\alpha}{2}} = q_{1-\frac{\alpha}{2}} \approx 2{,}00958$ $\quad \alpha = 5\%$

Como $t_{obs} \in]q_{\alpha/2}, q_{1-\frac{\alpha}{2}}[$, não Rej. H_0 para $\alpha = 5\%$, i.e d_t não é significativo.

Pela prop. b) da pág. 635 do livro, sabemos que

$\sum_{t=1}^{n} x_{tj} \hat{u}_t = 0$, $\forall j = 1, \dots, k$

Ora $x_{t5} = d_t \Rightarrow 0 = \Sigma d_t \cdot \hat{u}_t = \Sigma \hat{u}_t$

apenas quando aluno t reside fora de Lisboa.

11.29 (Usar 10.2a)

$$\log(\text{Preço}) = \beta_1 + \beta_2 \log(\text{Cons}) + \beta_3 CO2 + \beta_4 \log(\text{Pot}) + \beta_5 \text{Vel} + \beta_6 \text{Acel} + u \; ; \quad n = 292$$

a) $\text{Cons}_0 = 8, \; CO2_0 = 200, \; \text{Pot}_0 = 200, \; \text{Vel}_0 = 180, \; \text{Acel}_0 = 9$

$$\left(\widehat{\log \text{Preço}}\right)_0 = b_1 = 10,90420 \, ,$$

$$se\left(\log\text{Preço}_0 - \widehat{\log\text{Preço}_0}\right) = \Big(\underset{\substack{0,03829 \\ (VR/n-k)}}{s^2} + \underbrace{se\left(\widehat{\log\text{Preço}_0}\right)^2}_{=0,032767^2}\Big)^{1/2}$$

$$\cong 0,198404$$

$$I_{0,95}(\log y_0) = \left]10,90420 \pm 1,65009 \times 0,198404\right[\approx \left]10,5768 \, ; \, 11,2316\right[$$

$$q_{1-\frac{\alpha}{2}} \underset{\alpha=0,1}{\approx} 1,65009$$

$$I_{0,95}(y_0) \approx \left]e^{10,5768}, \; e^{11,2316}\right[$$

$$\approx \left]39215 \, ; \, 75477,1\right[$$

b) Usando a 2ª tabela, podemos testar heterocedasticidade com o teste White simplificado: $W_{simp} = nR^2 \overset{a}{\sim} \chi^2(2)$
(Regressão de $\hat{u}_t^2$ sobre $1, \hat{y}_t, \hat{y}_t^2$)

$$W_{simp}^{obs} = 292 \times 0,012403 \approx 3,62168 \, ; \quad q_{1-\alpha} \underset{\alpha=5\%}{\approx} 5,99146$$

Como $W_{simp}^{obs} < q_{1-\alpha}$, não Rej. H_0 para $\alpha = 5\%$, não parece existir evidência de que há heterocedasticidade.