

Para Pensar ¹

1. Indique, justificando, o valor lógico das seguintes proposições:

- (a) A soma de um número racional com um número irracional é um número irracional.
- (b) A soma de dois números irracionais é um número irracional.
- (c) O produto de dois números racionais é um número racional.
- (d) O produto de dois números irracionais é um número irracional.
- (e) A soma de dois números racionais não inteiros pode ser um número inteiro.
- (f) O produto de um número racional não nulo por um irracional pode ser racional.

2. Indique o supremo, ínfimo, máximo e mínimo, caso existam, dos seguintes conjuntos:

- (a) $\{1, \sin 4, \sin 1\}$;
- (b) $\{0, e, e^4\}$;

3. Sendo A e B conjuntos limitados, justifique que $A \cup B$ e $A \cap B$ são também conjuntos limitados e prove que:

- (a) $\sup(A \cup B) = \max\{\sup(A), \sup(B)\}$;
- (b) $\inf(A \cup B) = \min\{\inf(A), \inf(B)\}$;
- (c) $\max\{\inf(A), \inf(B)\} \leq \inf(A \cap B) \leq \sup(A \cap B) \leq \min\{\sup(A), \sup(B)\}$.

4. Sendo X o conjunto formado por todas as dízimas infinitas que se podem escrever na forma

$$0, a_1 a_2 a_3 a_4 \dots : a_i = 8 \text{ se } i \text{ é ímpar} \wedge a_i \in \{1, 2, 3, 4\} \text{ se } i \text{ é par,}$$

indique, caso existam, o supremo e ínfimo de X .

Algumas soluções: 1a)V; 1b)F; 1c)V; 1d)F; 1e)V; 1f)F; 4) $\sup X = \frac{28}{33}$;
 $\inf X = \frac{9}{11}$;

¹estes exercícios são retirados ou são adaptações de exercícios disponíveis nalguns livros de Análise Matemática.