

1ª Parte: 35 pontos. As respostas são escritas apenas no espaço disponível. Todas as questões de Verdadeiro/Falso têm igual pontuação. Durante a prova não são admitidos quaisquer comentários ou questões dos alunos. Escreva o seu nome e número em todas as folhas, no local adequado.

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

No seguinte grupo de questões, cada resposta certa dá 2,5 pontos, respostas erradas -2,5 cada (2,5 de penalização). [A cada grupo de 4 questões é sempre atribuída uma classificação de 0 (mínimo) a 10 (máximo)]  
 Escreva um X em Verdadeiro (V) ou Falso (F) na quadrícula apropriada.

1. Considere o cálculo de capitais, regimes e taxas:

	V	F
Nos dois primeiros períodos de capitalização, o juro obtido em regime simples e composto é igual, para igual taxa.		X
O factor de actualização anual, habitualmente designado por $v$ corresponde à taxa de desconto simples $d$ .		X
Seja o regime simples. Duas taxas de juro de períodos diferentes, são equivalentes quando aplicadas ao mesmo capital durante o mesmo prazo, produzem um valor acumulado igual.	X	
O valores de um conjunto de capitais só se podem somar diretamente se cada um desses capitais estiver referido a um instante comum, a não ser que a taxa de juro seja nula.	X	

2. Considere anuidades de termos constantes:

	V	F
A expressão $\ddot{a}_{\overline{5} 5\%}$ corresponde ao valor actual de uma anuidade imediata com cinco termos constantes, antecipados e taxa de juro efectiva de 5%.	X	
Considere uma renda temporária cujo valor acumulado é $X$ . Para duplicar o seu valor acumulado, para $2X$ , basta duplicar o valor de cada termo.	X	
Uma anuidade de termos normais ou postecipados não é uma anuidade imediata.		X
Seja $i > 0$ . Tem-se $x {}_3 \ddot{a}_{\overline{n} i} = y {}_4 a_{\overline{n} i}$ se $x = y$ .		X

No próximo grupo de questões, assinale com  $\checkmark$  ou X na caixa seguinte à resposta que considera correcta (só uma está). Em cada grupo, uma resposta certa tem 5 pontos e uma resposta errada leva -1,25 pontos (penalização de 1,25).

3. Considere juro composto e uma taxa de juro de  $i_T = 0,8\%$ . A Dra. Zélia detém um capital de €50.000,00, referido à data de hoje. Considere os valores: (i) €51.619,30 vencível daqui a um ano; e (ii) €51.345,82 vencível daqui a 10 meses. Algum (ou alguns) destes valores podem ser equivalentes aos €50.000,00 iniciais (aproximadamente). Qual (ais)? Escolha a resposta mais adequada:

a) (i) ; b) (ii) ; c) (i) e (ii) ; d) Nenhuma das opções .

4. Considere a afirmação e avalie a veracidade: Duas taxas de juro, referentes a períodos diferentes, são equivalentes quando aplicadas ao mesmo capital durante o mesmo prazo, produzem um valor acumulado igual".

a) Verdadeira, dependendo da data de acumulação ; b) Depende do regime de acumulação ;  
 c) Verdadeira, independentemente da data de acumulação ; d) Nenhuma das outras .

5. Seja o regime composto e uma taxa nominal anual de 12% com acumulação mensal. Durante quanto tempo terá a Dra Zélia que investir um capital por forma a duplicar o seu valor inicial, aproximadamente?

a) 5 anos, 9 meses e 20 dias ; b) 6 anos, 1 mês e 12 dias  c) 70 anos ;  
 d) Falta informação .

## 2ª Parte (65/100 pontos)

Neste grupo de questões apresente os seus cálculos no espaço disponibilizado a seguir à questão e escreva a resposta final na caixa indicada. Fundamental apresentar todas as fórmulas e cálculos intermédios necessários.

### 1. (40 pontos)

A empresa Zélia Lda vendeu a crédito um equipamento no valor de 50.000 euros, a uma taxa de juro nominal anual de 3,2% com capitalizações trimestrais, em regime de juro composto, e com o pagamento único (capital e juros) ao fim de um ano. Ao fim de dez meses a empresa começou a sentir dificuldades financeiras e pediu ao cliente a antecipação do pagamento da dívida (capital e juros).

- a) Calcule o montante da dívida no final do ano (antes do pagamento). (12,5 pontos)

$$i_T = \frac{3,2\%}{4} = 0,8\%$$

$$50000 \times (1 + 0,008)^4 = 51619,3 \text{ €}$$

R: 51 619,3 €

- b) Caso o cliente aceitasse antecipar o pagamento, calcule o montante da dívida ao fim dos 10 meses. (12,50 pontos)

$$50000 \times (1 + 0,008)^{10/3} = 51345,82 \text{ €}$$

$$51619,3 \times (1 + 0,008)^{-2/3} = 51345,82 \text{ €}$$

R: 51 345,82 €

- c) O cliente contrapôs o pagamento em duas prestações da seguinte forma: 20.000 euros ao fim de 10 meses e 31.000 ao fim do ano. Avalie a vantagem da proposta para o cliente. Justifique. (15 pontos)

i) Valor ao fim do ano:

$$20000 \times (1,008)^{2/3} + 31000 \approx 51106,52 < 51619,3 \text{ de a)}$$

ii) Valor ao fim de 10 meses:

$$20000 + 31000 (1,008)^{-2/3} = 50835,76 \text{ €} < 51345,82 \text{ de b)}$$

R: A proposta é vantajosa para o cliente

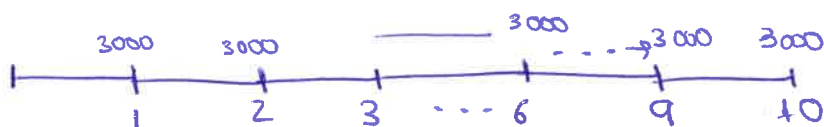
**2. (25 pontos)**

A ZeliaFin, Lda recorreu a um empréstimo nas seguintes condições:

- 1- Taxa de juro anual com capitalizações trimestrais de 12% e o pagamento da dívida (de capital e juros) é feito em 10 trimestralidades, consecutivas, no valor de €3.000,00 cada;
- 2- A primeira das prestações vence dentro de 3 meses.

Calcule o valor da dívida não vencida imediatamente antes do pagamento programado para a 6ª prestação.

$$i_T = \frac{i_A^{(4)}}{4} = \frac{0,12}{4} = 0,03$$



Dívida não vencida : 6, 7, 8, 9, 10 Prestações

$$3000 + 3000 \overset{a}{\underset{4}{|}} = 3000 \times \left( 1 + \frac{1 - (1+0,03)^{-4}}{0,03} \right)$$

$$= 14151,295€$$

R: ≈ 14151,3€

## Formulário de Cálculo e Instrumentos Financeiros

Fórmula geral de capitalização:  $C_n = C_0 + J$

$$\text{RJS: } C_n = C_0(1 + n \cdot i_A)$$

$$\text{RJC: } C_n = C_0(1 + i_A)^n$$

**Taxas equivalentes (RJC):** Seja um período  $A$  (ano) subdividido em  $m$  ou  $n$  partes:

$$(1 + i_{A/m})^m = (1 + i_{A/n})^n = (1 + i_A)$$

Relação entre taxa efectiva e taxa nominal ( $m$  capitalizações):

$$\left(1 + \frac{i_A^{(m)}}{m}\right)^m = 1 + i_A \Leftrightarrow i_A^{(m)} = m[(1 + i_A)^{1/m} - 1]$$

Relação entre taxa de desconto (simples) e taxa de juro:  $d = \frac{1+i}{i}$ .

**Desconto bancário, letras:**  $DB = J + CC + Is + OE$

$$\text{Taxa real, RJS: } VN = PLD \left(1 + \frac{n+2}{365} i_{REAL}\right)$$

$$\text{TAE: } VN = PLD(1 + i_{TAE})^{\frac{n+2}{365}}$$

$$\text{TAE: } VN = PLD \left(1 + i_{TAE}\right)^{\frac{n+2}{365}}$$

$$\text{Juros (base, ano civil): } J = VN \left(\frac{n+2}{365}\right) i_A$$

$$\text{Comissão de cobrança: } CC = VN(Tx)CC$$

$$\text{Imposto de selo: } IS = TxIS(J + CC)$$

$$PLD = VN - DB$$

$$\text{Taxa instantânea de capitalização: } \delta = \ln(1 + i_A)$$

$$\text{Taxa de juro média RJS: } \bar{i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n i_{A,k}$$

$$\text{Taxa de juro média RJC, } \bar{i}_A: \prod_{k=1}^n (1 + i_{A,k}) = (1 + \bar{i}_A)^n$$

Taxa de juro média com vários capitais:

$$\text{RJS: } \sum_{k=1}^n C_k(1 + n_k i_k) = \sum_{k=1}^n C_k(1 + n_k \bar{i})$$

$$\text{RJC: } \sum_{k=1}^n C_k(1 + i_k)^{nk} = \sum_{k=1}^n C_k(1 + \bar{i})^{nk}$$

**Valor Atual e Valor Acumulado de rendas unitárias:**

Valor Atual, termos normais e constantes:

$$a_{\bar{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Valor Acumulado, termos normais e constantes:

$$s_{\bar{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow s_{\bar{n}|i} = a_{\bar{n}|i}(1+i)^n$$

Valor Atual, de termos antecipados e constantes:

$$\ddot{a}_{\bar{n}|i} = 1 + a_{\overline{n-1}|i} = a_{\bar{n}|i}(1+i)$$

Valor Acumulado, de termos antecipados e constantes:  $\ddot{s}_{\bar{n}|i} = s_{\bar{n}|i}(1+i)$

Valor Atual, termos diferidos e constantes:

$${}_k|a_{\bar{n}|i} = a_{\bar{n}|i}(1+i)^{-k}$$

Valor Acumulado, de termos diferidos e constantes:

$${}_k|s_{\bar{n}|i} = s_{\bar{n}|i}$$

Valor Atual de renda perpétua:  $a_{\infty|i} = 1/i$

**Valor Atual e Valor Acumulado de rendas com termos variáveis:**

Valor Atual, com termos em progressão aritmética crescente (razão  $h$ ):

$$(C - h)a_{\bar{n}|i} + h(Ia)_{\bar{n}|i}; (Ia)_{\bar{n}|i} = \frac{\ddot{a}_{\bar{n}|i} - n(1+i)^{-n}}{i}$$

Valor Atual, com termos em progressão aritmética decrescente (razão  $h$ )

$$(D - h)a_{\bar{n}|i} + h(Da)_{\bar{n}|i}; (Da)_{\bar{n}|i} = \frac{n - a_{\bar{n}|i}}{i}$$

Valor Atual, com termos em progressão geométrica

$$(taxa de crescimento  $g = h - 1$ ):  $C \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g}\right)$$$

Valor Atual de rendas unitárias fraccionadas:

$$a_{\bar{n}|i}^{(m)} = a_{\bar{n}|i} \frac{i}{i^{(m)}}; s_{\bar{n}|i}^{(m)} = s_{\bar{n}|i} \frac{i}{i^{(m)}}; a_{\overline{n}|i}^{(m)} = \frac{1}{m} a_{\overline{mn}|i}$$

**Leasing** (para rendas-base imediatas e postecipadas, caso comum):  $Vc = E + Ta_{\bar{n}|i} + Vr(1+i)^{-n}$