Universidade de Lisboa – ISEG

Departamento de Matemática

Análise Matemática I – 1º ano MAEG

Lista nº 3 para discutir com tutor

(1) Considere $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ função definida por

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x + \sin(x-1)) + \pi/4 & \text{se } x > 1 \\ \arctan(x) + k(x-1) & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

(a) Calcule D_f.

(b) Indique, caso exista, o valor de k de forma a que f seja diferenciável em $x = 1$.

(c) Calcule $f'(x)$ para $x \neq 1$.

(d) Indique, justificando, o valor lógico da seguinte proposição:

$$\exists x \in]\pi + 1, 3\pi + 1[: \ f''(x) = 0.$$

Época de Recurso - Semestre 1 - Janeiro de 2009

(2) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função contínua em $[a, b]$, diferenciável em $]a, b[$ e tal que $f(a) = f(b) = 0$. Considere a função g definida no mesmo intervalo tal que $g(x) = f(x)e^{-3x}$.

(a) É possível aplicar o teorema de Rolle à função g no intervalo $[a, b]$? Justifique.

(b) Mostre que existe $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 3f(c)$.

Época Normal - Semestre 1 - Janeiro de 2008

(3) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função tal que $f(x) = e^{\sin x}$. Prove, utilizando o teorema de Lagrange, que

$$f(x) \leq 1 + ex, \ \ \forall x \geq 0.$$

Época Normal - Semestre 1 - Janeiro de 2010

(4) Calcule $\lim_{x \to 0^+} (\sin x)^{\sin x}$.

Época Normal - Semestre 1 - Janeiro de 2012

Soluções numéricas:
1.a) $\mathbb{R}$; 1.b) $k = 3/2$; 1d) prop. verdadeira;
2.a) Sim;
4.) 1;