

13. Calcule

a) $\int_{-1}^2 t^2 - 2t + 3 dt$

b) $\int_{1/2}^1 \ln x dx$

c) $\int_0^1 e^{-t} dt$

d) $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$

e) $\int_1^2 x(2-x)^5 dx$

f) $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

g) $\int_{-2}^3 f(x) dx$, onde $f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{se } x < 0 \\ 2, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

h) $\int_0^3 |2-x| dx$

14. Represente graficamente a região plana definida pelo conjunto e calcule a sua área

a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x \leq y \leq -x^2 + 2\}$

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: y \leq 5 \wedge y \geq -5x + 5 \wedge y \geq \ln x\}$

c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: y \leq \frac{1}{x} \wedge 0 < y \leq x \wedge x \leq 4\}$

d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 \leq y \leq \frac{1}{x} \wedge x \geq 0 \wedge y \leq 2\}$

e) $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: y \leq e^x \wedge y \leq 1-x \wedge y \geq 0\}$

f) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: y \leq x^2 \wedge y \leq \frac{1}{x^2} \wedge y \geq 0 \wedge x \geq 0\}$

15. Determine a área da região do plano limitada por

a) $y = x^2 - 1$ e $y = -4x^2 + 4$

b) $y = 2x^2$, $y + x - 3 = 0$ e $y = 0$, no 1º quadrante

c) $y = 2x^2 + 3$, $y = -x^2 + 1$, $x = 0$ e $x = 1$

d) $y + 1 = (x - 1)^2$ e $x^2 = -8y$

e) $y = x^3$, $y = x + 6$ e $y = 0$ (nota: $y = x^3 \wedge y = x + 6 \Leftrightarrow x = 2 \wedge y = 8$)

16. Seja $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

- a) Esboce o gráfico de f .
- b) Determine a área da região do plano limitada por $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ e $x = 1$.
- c) Determine a área da região do 1º quadrante que está compreendida entre a curva $y = f(x)$ e o eixo dos xx .

17. Calcule

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos(t^4) 2t dt}{x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x \ln(t^2+1) dt}{x^3}$

18. Calcule o valor do integral, ou conclua que é divergente

a) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^3} dx$

b) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

c) $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+1} dx$

d) $\int_0^1 x \ln x dx$

e) $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx$

f) $\int_0^{+\infty} \cos t dt$

g) $\int_{-1}^0 \frac{\ln(1+x)}{1+x} dx$

h) $\int_0^1 \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} dx$

19. Calcule a área da região do plano definida por

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x \geq 0 \wedge 0 \leq y \leq e^{-x}\}$$