

Processos Estocásticos e Aplicações
SOLUÇÃO DO EXAME ÉPOCA NORMAL
11 de Junho 2018

PARTE I

- (1) (a) $C(2) = \{2, 3, 4\}$ classe de estados transiente com período 3. $C(0) = \{0, 1\}$ classe de estados recorrentes positivos aperiódicos.
(b) $\pi = (\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, 0, 0, 0)$
(c) $E(T|X_0 = 4) = 3$

- (2) (a) Com estados $S = \{-1, 0, 1, 2\}$,

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

- (b) $1/4$
(c) 1

- (3) (a) $\mathbb{P}(N(3) = 4|N(1) = 2) = 2e^{-2}$
(b) $E(W_4|N(1) = 2) = 3$

PARTE II

- (4) (a)

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 \\ \mu & -(\lambda + \mu) & \lambda \\ 0 & 2\mu & -2\mu \end{pmatrix}$$

- (b) (i) $\pi = (\frac{8}{29}, \frac{12}{29}, \frac{9}{29})$
(ii) $9/29$
(iii) $30/29$

- (5) (a) 10 minutos
(b) $8/27$

- (6) (a)

$$\mu = \log \left(\frac{2}{e^\sigma + e^{-\sigma}} \right)$$

- (b) (i) $E(Z_n) = 1$
(ii) $E(e^{\mu\tau}) = e^{-\sigma}$