Tópicos de Investigação Operacional

Época de Recurso

Data: 03/07/2023
Ano letivo 2022/2023

Tópicos de uma resolução incompleta

1. (a) Para $a > 18$, pois não é possível incluir os itens 5 e 3 no saco-mochila.

   (b) i. Ordenação dos itens por $\frac{Valor}{Peso}$:

Item	1	2	3	4	5	6
$\frac{Valor}{Peso}$	$\frac{3}{6} = 0.50$	$\frac{16}{4} = 4$	$\frac{16}{5} = 3.20$	$\frac{9}{3} = 3$	$\frac{18}{7} = 2.57$	$\frac{3}{3} = 1$
Ordem	6	1	2	3	4	5

Inicialização: $i = 1$ e Saco-Mochila=$\{\}$.
Item 2 (ordem 1) cabe no saco-mochila? Sim ($4 \leq 20$).
- Saco-Mochila=$\{2\}$ e $i = 2$.

Item 3 (ordem 2) cabe no saco-mochila? Sim (4 + 5 ¡ 20).
- Saco-Mochila=$\{2, 3\}$ e $i = 3$.

Item 4 (ordem 3) cabe no saco-mochila? Sim ($4 + 5 + 3 \leq 20$).
- Saco-Mochila=$\{2, 3, 4\}$ e $i = 4$.

Item 5 (ordem 4) cabe no saco-mochila? Sim ($4 + 5 + 3 + 7 \leq 20$).
- Saco-Mochila=$\{2, 3, 4, 5\}$ e $i = 5$.

Item 6 (ordem 5) cabe no saco-mochila? Não (4 + 5 + 3 + 7 + 3 ¿ 20). FIM.

A solução obtida com a heurística gulosa para a instância apresentado do problema do saco mochila consiste em levar no saco-mochila os itens 2, 3, 4, e 5 e esta solução tem valor $16 + 16 + 9 + 18 = 59$.

ii. Um limite superior para o valor ótimo do problema do saco-mochila é dado por

$$\sum_{i=2}^{5} Valor_i + Valor_6 \left(\frac{20 - \sum_{i=2}^{5} Peso_i}{Peso_6} \right) = 59 + 3 \left(\frac{20 - 19}{3} \right) = 60.$$

Assim, um limite superior para o desvio é

$$\overline{d} = \frac{60 - 59}{60} = 0.02 \implies 2\%$$

2. (a) Inicialização: R = $\{2, 4\}$

   Há cidades por visitar? Sim.
   - $C_1 = \min\{c_{12}, c_{14}\} = \min\{5, 9\} = 5$
   - $C_3 = \min\{c_{32}, c_{34}\} = \min\{7, 9\} = 7 \implies max$
   - $C_5 = \min\{c_{52}, c_{54}\} = \min\{7, 5\} = 5$

   Como a instância é simétrica não é necessário avaliar o custo de inserção.
   Rota obtida: R = $\{2, 3, 4\}$

Há cidades por visitar? Sim.

- $C_1 = \min\{c_{12}, c_{13}, c_{14}\} = \min\{5, 7, 9\} = 5 \implies max$ (empate)
- $C_5 = \min\{c_{52}, c_{53}, c_{54}\} = \min\{7, 9, 5\} = 5$

  Inserir cidade 1.
  - Aresta {2, 3}: $c_{21} + c_{13} - c_{23} = 5 + 7 - 7 = 5$
  - Aresta {3, 4}: $c_{31} + c_{14} - c_{34} = 7 + 9 - 9 = 7$
  - Aresta {2, 4}: $c_{21} + c_{14} - c_{24} = 5 + 9 - 10 = 4 \implies min$

  Rota obtida: R = {2, 3, 4, 1}

Há cidades por visitar? Sim.

Inserir cidade 5 (é a que falta).
- Aresta {2, 3}: $c_{25} + c_{53} - c_{23} = 7 + 9 - 7 = 9$
- Aresta {3, 4}: $c_{35} + c_{54} - c_{34} = 9 + 5 - 9 = 5$
- Aresta {4, 1}: $c_{45} + c_{51} - c_{41} = 5 + 5 - 9 = 1 \implies min$
- Aresta {1, 2}: $c_{15} + c_{52} - c_{12} = 5 + 7 - 5 = 7 \implies min$

Rota obtida: R = {2, 3, 4, 5, 1}

Há cidades por visitar? Não. FIM.

A solução obtida com a heurística de inserção mais afastada para a instância apresentada é R = {(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1), (1,2)} e tem custo $c_{23} + c_{34} + c_{45} + c_{51} + c_{12} = 7 + 9 + 5 + 5 + 5 = 31$.

(b) Exemplos de soluções que pertencem a $V^2(x)$ são

- $x_1 = x = \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1), (1, 2)\}$, e
- $x_2 = \{(2, 5), (5, 1), (1, 4), (4, 3), (3, 2)\}$.

(c) i. Os descendentes obtidos são:

d_1	3	2	5	4	1
d_2	1	4	5	2	3

ii. O indivíduo mutado é:

i'_1	3	2	5	4	1

3. (a) Modelo determinístico básico com unidade de tempo = 1 ano. Dados do problema: $D = 30, c = 13200 + 0.01 \times 13200 = 13332, K = 1450$ e $h = 0.02 \times 13200 = 264$.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 30 \times 1450}{264}} = 18.15 \implies \text{Encomendar 18 citadinos.}$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{18}{30} = 0.60 \implies \text{Fazer encomendas a cada 0.6 anos.}$$

$$\frac{1}{T^*} = \frac{1}{0.60} = 1.67 \text{encomendas por ano.}$$

(b) Modelo determinístico básico com vendas diferidas com unidade de tempo = 1 ano. Dados do problema: $D = 75, c = 14400, h = 1500 + 0.03 \times 14400 = 1932, K = 4500$ e $p = 2500$.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}}\sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2 \times 75 \times 4500}{1932}}\sqrt{\frac{2500+1932}{2500}} = 24.89 \implies \text{Encomendar 25 SUVs.}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}}\sqrt{\frac{p}{p+h}} = \sqrt{\frac{2 \times 75 \times 4500}{1932}}\sqrt{\frac{2500}{2500+1932}} = 14.04 \implies \text{Máximo 14 SUVs no stand.}$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{25}{75} = 0.33 \implies \text{Fazer encomendas a cada 0.33 anos.}$$

$$\frac{1}{T^*} = \frac{1}{0.33} = 3.01 \text{ encomendas por ano.}$$

(c) Modelo determinístico básico com descontos de quantidade com unidade de tempo = 1 ano.

	Fornecedor A	Fornecedor B
Quantidades	≤ 15	> 15
c	13700	13400
K	1000	1500
h	200	
D	20	

- Fornecedor A:

$$Q_A^* = \sqrt{\frac{2DK_A}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 1000}{200}} = 14.14 \implies \text{Encomendar 14 monovolumes.}$$

Como $14 \in [0, 15]$, temos $CTUT(Q_A^*) = \frac{KD}{Q^*} + cD + \frac{hQ^*}{2} = \frac{1000 \times 20}{14} + 13700 \times 20 + \frac{200 \times 14}{2} = 276828.57$

- Fornecedor B:

$$Q_B^* = \sqrt{\frac{2DK_B}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 1500}{200}} = 17.32 \implies \text{Encomendar 17 monovolumes.}$$

Como $17 \in]15, +\infty[$, temos $CTUT(Q_B^*) = \frac{KD}{Q^*} + cD + \frac{hQ^*}{2} = \frac{1500 \times 20}{17} + 13400 \times 20 + \frac{200 \times 17}{2} = 271464.71$

Como $CTUT(Q_B^*) < CTUT(Q_A^*)$, deve ser escolhido o fornecedor B. Devem ser encomendados $Q_B^* = 17$ monovolumes, a cada $T* = 0.85$ anos e são feitas $\frac{1}{T^*} = 1.18$ encomendas por ano.

(d) Seja Q_i a quantidade de i a encomendar, com $i \in \{C - \textit{citadinos}, M - \textit{monovolumes}\}$.

$$\begin{aligned}
&\text{Minimizar} \frac{1450 \times 30}{Q_C} + 13332 \times 30 + \frac{264 Q_c}{2} + \frac{1500 \times 20}{Q_M} + 13400 \times 20 + \frac{200 Q_M}{2} \\
&\text{Sujeito a: } \frac{30}{Q_C} + \frac{20}{Q_M} \leq 2 \\
&\qquad\qquad\ Q_C, Q_M \geq 0
\end{aligned}$$

As soluções obtidas nas alíneas (a) e (c) não satisfazem a imposição do gerente pois $\frac{30}{Q_C^*} + \frac{20}{Q_M^*} = \frac{1}{T_C^*} + \frac{1}{T_M^*} = 2.92 > 2$. Desta forma, impor que devem ser feitas máximo duas encomendas por ano de citadinos e monovolumes irá originar um plano de encomenda com um custo superior ao apresentado anteriormente.

4. (a) Temos um modelo P/P/1/∞ com $\lambda = 30$, $\mu_1 = 40$ e $\mu_n = 60$, com $n \geq 2$.
Sabemos que

$$p_n = \frac{\lambda_{n-1}\lambda_{n-2}\ldots\lambda_0}{\mu_n\mu_{n-1}\cdots\mu_1} p_0.$$

Substituindo λ e μ pelos valores indicados anteriormente obtemos:

$$p_n = \frac{30 \times 30 \times \ldots \times 30}{60 \times 60 \times \ldots \times 40} p_0 = \left(\frac{60}{40}\right)\left(\frac{30}{60}\right)^n p_0 = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n p_0.$$

Finalmente,

$$p_0 = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} p_0 \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^i = 1 - p_0\left(\frac{3}{2}\right)\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^i \iff p_0 = \frac{2}{5}.$$

(b) Espera se tiver pelo menos uma pessoa no sistema $\implies \sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1 - p_0 = \frac{3}{5}$.

(c) Se estão três clientes à espera para serem atendidos, estão quatro pessoas no sistema. Logo, $p_4 = p_0\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0.04$.