

Nome: _____ Nº _____

Este exame tem 6 páginas.
Responda às questões aqui
no enunciado.

Bom trabalho!

Questão	1	2	3	4	5	total
Cotação	15	65	25	65	30	200
Classificação						

- Justifique todas as respostas e identifique o modelo utilizado.
- Apresente as respostas nas unidades apropriadas no contexto do problema.
- Para cálculos auxiliares, utilize aproximações com duas casas decimais.
- Para cálculos onde seja necessário o uso de uma tolerância ϵ , use $\epsilon = 1$.
- Quando não especificado, assuma que um ano tem 360 dias, um mês tem 30 dias e uma semana tem 7 dias.
- Indicar o plano ou a política ótima de encomenda ou de gestão de stocks significa definir quanto encomendar, quando encomendar, e o custo associado.

1. Considere o modelo determinístico básico de gestão de inventário (também conhecido como modelo EOQ). Demonstre que, na solução ótima, o custo total de armazenamento é igual ao custo fixo de encomenda.

Notar que, por unidade de tempo, o custo total de armazenamento é dado por $\frac{1}{2}Qh$ e o custo total fixo de encomenda é dado por $K\frac{D}{Q}$.

2. Uma loja de material informático regista uma procura anual de 2500 computadores de determinada categoria. O seu fornecedor habitual cobra 2000€ por cada encomenda, e o custo unitário de cada computador é de 1000€. O custo de posse por computador é de 1% ao ano.

(a) Qual deve ser a política ótima de encomenda da loja?

A política ótima de encomenda tem um custo anual de 2 510 000€ (cada encomenda tem um custo de $0,4 \times 2510000 = 1004000$ €), e consiste em encomendar 1000 computadores a cada 0,4 anos (144 dias).

(b) Sabendo que o tempo de reaprovisionamento é de 18 dias. Que alterações à política anterior deve a loja realizar?

Tudo se mantém, mas deve realizar a encomenda quando o nível de inventário atingir os 125 computadores, em vez de a realizar quando o nível de inventário atingir os 0 computadores.

(c) Um outro fornecedor para o mesmo computador está a fazer uma grande campanha. Cobra 2250€ por cada encomenda e o custo unitário de cada computador é de 900€. Será vantajoso para a loja usar este fornecedor?

Sim, é vantajoso. A nova política ótima de encomenda tem um custo anual de 2 260 062,31€, a loja terá de encomendar 1118 computadores, a cada 0,45 anos.

(d) As condições da campanha foram entretanto alteradas. O fornecedor continua a cobrar 2250 € por cada encomenda e o custo unitário de cada computador é de 900€, mas apenas se forem encomendadas mais de 1500 unidades. Caso contrário, o custo unitário é de 1050€. Será que continua a ser vantajoso para a loja manter este fornecedor?

Caso $c_1 = 900$, $Q_1^* = 1118$. Mas para usufruir destas condições a quantidade de encomenda terá de ser $Q = 1500$. Assim, $CTUT(1500) = 2\,260\,500$

Caso $c_2 = 1050$, $Q_2^* = 1035$, $CTUT(1035) = 2\,635\,868,53$

Neste caso, a política ótima de encomenda que é mais vantajosa tem um custo anual de 2 260 500€. E significa que a loja terá de encomendar 1500 computadores, a cada $T = \frac{1500}{2500} = 0,6$ anos, ou seja a cada 216 dias.

3. Com base no histórico dos últimos anos, a loja de material informático estima que a procura de um determinado tipo de toner nos próximos 4 meses será, respetivamente, de 12, 7, 8 e 14 unidades. Cada encomenda de toners tem um custo fixo de 100€, e o custo unitário de aquisição é de 50€. O custo de armazenagem é de 5€ por unidade (de um mês para o seguinte).

Qual é a política ótima de gestão de stock para este horizonte temporal?

Modelo determinístico dinâmico. A política ótima de encomenda consiste em:

- encomendar no mês 1 para satisfazer a procura dos meses 1 e 2, encomenda de $12 + 7 = 19$ unidades, tem um custo de armazenamento de $5 \times 7 = 35$;
- encomendar no mês 3 para satisfazer a procura do mês 3 e 4, encomenda de $8 + 14 = 22$ unidades, tem um custo de armazenamento de $5 \times 14 = 70$.

O custo total mínimo de encomenda é de $2 \times 100 + 50 \times 41 + (35 + 70) = \boxed{2355\text{€}}$

4. A procura diária de determinado produto muito procurado na loja de informática segue uma distribuição Normal com média de 100 unidades e desvio padrão de 20 unidades. O tempo de entrega das encomendas desse produto é de 4 dias. O custo fixo de encomenda é de 196€ e o custo diário de armazenamento é de 0,02€ por unidade. A loja adota uma política de revisão contínua do stock para este produto.

(a) Qual a distribuição do consumo durante o tempo de entrega?

$$X \sim \mathcal{N}(4 \times 100, 4 \times (20)^2) = \mathcal{N}(400, 40^2).$$

(b) Determine o ponto de encomenda que garante um nível de serviço de 90%. Qual é o valor do stock de segurança correspondente?

Ponto de encomenda: P_e tal que $P(X > P_e) \leq 0,1 \Leftrightarrow P(X \leq P_e) \geq 0,9$:

$$P(X \leq P_e) = 0,9 \rightarrow P_e = \boxed{452}.$$

Stock de segurança: $B = \lceil \sigma_L \phi^{-1}(1 - \alpha) \rceil = \boxed{52}$ unidades

(c) Suponha agora que o custo por cada unidade em falta é de 5€, proporcional ao tempo de rutura. Determine uma aproximação para a política ótima de encomenda.

Política ótima de encomenda com custo de rutura

Se a procura segue uma distribuição normal, teremos de usar o Algoritmo:

Inicialização: $Q_0 = 1400$; $P_e^0 = 0$.

Iteração 1: $P_e^1 = 463,6$, como P_e^1 maior que o obtido na alínea anterior, o nível serviço elevado, superior a 94,4%, $\psi(P_e^1)$ é muito baixo, por ex. usar $\psi(P_e^1) \approx 1$

$$Q_1 = 1417,74$$

$$|P_e^0 - P_e^1| > \epsilon = 1$$

Iteração 2: $P_e^2 = 463,2$

$$Q_2 = 1417,74$$

$$|P_e^2 - P_e^1| = 0,4 < \epsilon = 1, \text{ STOP}$$

Uma aproximação para a política ótima de encomenda consiste em encomendar $Q_2 = 1416,74$, a cada $T = \frac{Q_2}{\delta} = \frac{1416,74}{100} \approx 14$ dias, tendo um custo diário de $CTUT(Q_2, P_e^2) = \frac{K\delta}{Q_2} + c\delta + h(\frac{Q_2}{2} + B) + \frac{p\delta\psi(P_e^2)}{Q} = \frac{196 \times 100}{1417,74} + 100 \times c + 0,02 \times 760,37 + \frac{5 \times 100 \times 0,943}{1416,74} = 13,83 + 100 \times c + 15,2 + 0,33 = 100 \times c + 29,36$

(d) Qual é o número médio (aproximado) de unidades em stock em cada instante?

Em geral, o stock médio é dado por $\frac{Q}{2} + P_e - \mu = \frac{Q}{2} + B$. Assim, neste caso, o stock médio é de $\frac{Q^*}{2} + B = \frac{1416,74}{2} + 52 = 760,37$.

5. Durante as férias, a Ema vai trabalhar na loja de informática, prestando apoio técnico em pequenas reparações. Está também responsável por encontrar a melhor forma de organizar o atendimento ao público, e como é aluna da disciplina de TIO, decidiu realizar um estudo de simulação para avaliar se será suficiente contar apenas com o apoio de duas outras funcionárias, a Elsa e a Eva, no atendimento aos clientes da loja.

Nos períodos de maior afluência, assume-se que a chegada dos clientes à loja segue um processo de Poisson com uma média de 15 clientes por hora. Estima-se ainda que, caso o tempo de espera ultrapasse os 30 minutos, o cliente desiste e abandona a loja.

Segundo previsões baseadas em observações anteriores: 20% dos clientes trazem material para ser reparado na hora; 25% entregam material para ser reparado e levantado posteriormente; os restantes realizam compras.

O processo de atendimento funciona da seguinte forma. Todos os clientes são atendidos pela Elsa, que identifica o tipo de serviço necessário.

Se o cliente trazer material para reparação, a Elsa avalia a situação e decide se a reparação pode ser feita de imediato; ou se a reparação será agendada para outra ocasião.

Se a reparação pode ser imediata, o material é encaminhado para a Ema, enquanto o cliente aguarda. A Ema realiza a reparação e devolve o material ao cliente, concluindo o atendimento.

Se a reparação for posterior, o material é entregue à Eva, que faz o registo e agenda uma data para recolha futura.

Quando o número de clientes na loja excede os 3, a Eva passa também a colaborar no atendimento geral, ajudando a Elsa.

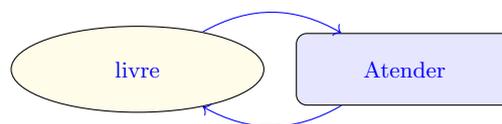
(a) Indique as entidades deste sistema.

As entidades do sistema são:

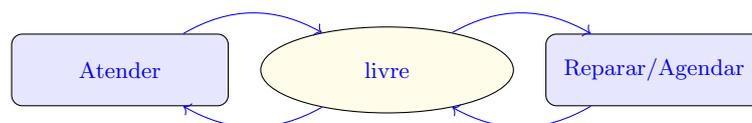
- Clientes - temporárias
- Funcionárias (recursos) - permanentes:
 - Elsa
 - Eva
 - Ema

(b) Construa todos os diagramas de ciclo de vida.

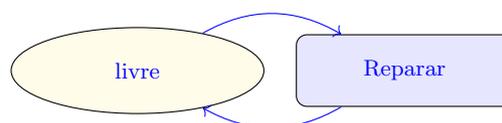
- Elsa



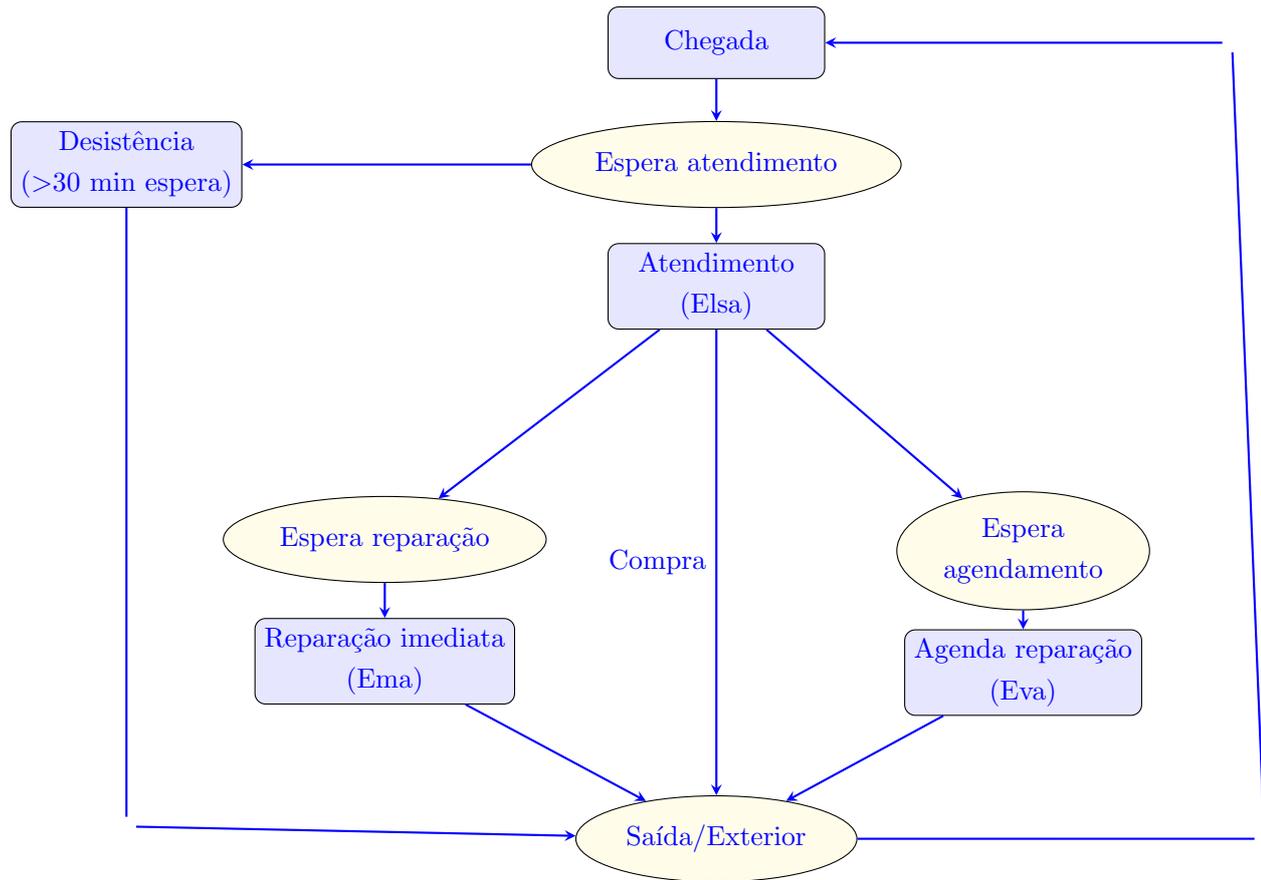
- Eva



- Ema



- Cliente



(c) Considerando que se pretende obter o tempo médio de ocupação das funcionárias, o tempo médio de espera dos clientes e o número de clientes que desistem, indique como procederia para recolher os dados que lhe permitam posteriormente realizar essa análise.

Obter, para cada funcionária, o tempo médio de ocupação e para isso recolher a hora de início e fim de cada serviço (de cada atendimento (Elsa e Eva), de cada reparação (Eva, Ema), e de cada agendamento (Eva)).

Para obter o tempo médio de espera dos clientes, recolher a hora de chegada do cliente e a hora de início do atendimento.

Para obter o número de clientes que desistem, contar os clientes que esperam trinta minutos (sem serem atendidos).