

CONTACTO

Professora: Elisabete Fernandes
E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt



<https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao>



<https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/>

PROGRAMA



1. Conceitos
Fundamentais de
Estatística



2. Análise
Exploratória de
Dados



3. Redução e
Sintetização de
Dados



4. Associação e
Relações entre
Variáveis



5. Números
Índices



6. Sucessões
Cronológicas

AULA PRÁTICA 7: EXERCÍCIOS 3.4 E 3.6 (CORREÇÃO)

EXERCÍCIO 3.4

3.4 A informação relativa aos salários dos trabalhadores de uma multinacional consta do quadro que se segue:

Classes	0 - 3	3 - 6	6 - 9	9 - 12
Número de trabalhadores	500	1500	2500	500

- a) Calcule o salário médio e o salário mediano.
- b) Qual a percentagem de trabalhadores que auferem um salário superior à média?
- c) Determine o salário médio dos 30% de trabalhadores com menores salários.
- d) Determine o rendimento médio dos 30% de trabalhadores com maiores salários.



EXERCÍCIO 3.4 A): SOLUÇÃO



Resposta:

a)

Salário (x)	x'_j	n_j	f_j	F_j^*
$[0, 3]$	1.5	500	0.1	0.1
$]3, 6]$	4.5	1500	0.3	0.4
$]6, 9]$	7.5	2500	0.5	0.9
$]9, 12]$	10.5	500	0.1	1

$n = 5000$

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^4 x'_j f_j = 1.5 \times 0.1 + 4.5 \times 0.3 + 7.5 \times 0.5 + 10.5 \times 0.1 = 6.3$$

classe mediana: $]6, 9]$. Logo, $m_2 = 6 + \frac{0.5 - 0.4}{0.9 - 0.4} \times 3 = 6.6$

EXERCÍCIO 3.4 B): SOLUÇÃO



Resposta:

b) Quer-se : $1 - F^*(\bar{x}) = 1 - F^*(6.3)$. Tem-se :

$$6.3 = 6 + \frac{F^*(6.3) - F^*(6)}{F^*(9) - F^*(6)} \times 3 \Leftrightarrow 0.3 = \frac{F^*(6.3) - 0.4}{0.9 - 0.4} \times 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0.3 = 6 [F^*(6.3) - 0.4] \Leftrightarrow F^*(6.3) = \frac{0.3}{6} + 0.4 = 0.45$$

Logo, a percentagem de trabalhadores que auferem um salário superior à média é cerca de : $100 [1 - F^*(6.3)] = 100 (1 - 0.45) = 55\%$.

EXERCÍCIO 3.4 C): SOLUÇÃO



Resposta:

$$c) q_{0.3} \in]3,6]$$

$$q_{0.3} = 3 + \frac{0.3 - 0.1}{0.4 - 0.1} \times 3 = 5$$

Salário	x_j	n_j
$]0,3]$	1.5	500
$]3,5]$	4	$\frac{2}{3} \times 1500 = 1000$

$$\text{Logo, } \bar{x}_1 \approx \frac{1}{1500} (1.5 \times 500 + 4 \times 1000) \approx 3.167$$

EXERCÍCIO 3.4 D): SOLUÇÃO



Resposta:

$$d) \quad q_{0.7} \in [6, 9]$$

$$q_{0.7} = 6 + \frac{0.7 - 0.4}{0.9 - 0.4} \times 3 = 7.8$$

Salário	x'_j	n_j
$[7.8, 9]$	8.4	$\frac{1.2}{3} \times 2500 = 1000$
$]9, 12]$	10.5	500

$$\text{Logo, } \bar{x}_2 \approx \frac{1}{1500} (8.4 \times 1000 + 10.5 \times 500) = 9.1$$

EXERCÍCIO 3.6

3.6 Considere os dados relativos ao consumo de gásóleo (litros) de 10 automóveis das marcas A e B, num determinado percurso de 100 km:

Marca A: 7,8; 7,0; 8,2; 7,6; 6,9; 7,7; 7,2; 7,8; 7,3; 7,5

Marca B: 7,0; 7,1; 7,1; 7,3; 7,2; 7,0; 7,8; 8,0; 7,0; 7,0

- a) Avalie comparativamente o consumo médio através de uma medida de tendência central que considere adequada para o efeito.
- b) A partir do diagrama de caule e folhas duplo analise a simetria dos dados e interprete no contexto do enunciado.
- c) Recorrendo à função cumulativa de frequências, calcule a proporção de carros da amostra da marca A cujo consumo é superior a 7.3 litros. Identifique a frequência calculada.



EXERCÍCIO 3.6 A): SOLUÇÃO



Resposta:

$$a) \bar{x}_A = \frac{7.8 + 7 + 8.2 + 7.6 + 6.9 + 7.7 + 7.2 + 7.8 + 7.3 + 7.5}{10} = 7.5$$

$$\bar{x}_B = \frac{7 + 7.1 + 7.1 + 7.3 + 7.2 + 7 + 7.8 + 8 + 7 + 7}{10} = 7.25$$

Nesta amostra, os automóveis da marca A consomem, em média, mais 0.25 litros do que os automóveis da marca B.

Interpretação:

- A marca A apresenta um **consumo médio mais elevado** (7,5 L/100 km) em comparação com a marca B (7,25 L/100 km).

EXERCÍCIO 3.6 B): SOLUÇÃO



Resposta:

b) Diagrama de Caule e Folhas Duplo

Folhas - A	Caule	Folhas - B
9	6*	
0 2 3	7	0 0 0 0 1 1 2 3
5 6 7 8	7*	8
2	8	0

Através do diagrama de caule e folhas duplo, nota-se uma diferença acentuada em termos de simetria. Enquanto os dados da marca A exibem uma tênue assimetria negativa, os dados da marca B declaram uma fortíssima assimetria positiva. Isto significa que os consumos da marca A tendam a estar ligeiramente acima da média, mas os consumos da marca B estão bastante concentrados junto ao mínimo e, como tal, na sua maioria estão abaixo da média.

EXERCÍCIO 3.6 B): SOLUÇÃO



Resposta:

Rule for Splitting Stems

1. Number of observations per stem:
 - If a stem has **more than 5–6 leaves** (i.e., many values sharing the same integer part), **split the stem**.
2. How to split:
 - **Lower half:** leaves 0–4
 - **Upper half:** leaves 5–9
3. Purpose:
 - Prevents the plot from becoming **crowded and hard to read**.
 - Makes it easier to **see symmetry, concentration, and compare distributions** (especially in back-to-back plots).
4. Flexibility:
 - This is a **practical guideline**, not mandatory.
 - If the stem is not crowded, **splitting is not necessary**.

💡 Quick summary:

Split the stem **only if the number of leaves per stem is too large** to display clearly. Lower half = 0–4, upper half = 5–9.

EXERCÍCIO 3.6 C): SOLUÇÃO



Resposta:

c) se se admitirem como limites das classes os valores $(6.9, 7.3, 7.8, 8.2)$,
então: $F^*(6.9) = 0$, $F^*(7.3) = 0.4$, $F^*(7.8) = 0.9$ e $F^*(8.2) = 1$.

Como se quer obter $1 - F^*(7.3)$ e $F^*(7.3) = 0.4$, então:

$$1 - F^*(7.3) = 1 - 0.4 = 0.6$$

MÉDIA AGRUPADA

Definition:

The **mean** for grouped data is the weighted average of the class midpoints, weighted by the frequencies.

Formula (Grouped Data – Silvestre, 2007):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m n_j \cdot x'_j}{n} = \sum_{j=1}^m f_j \cdot x'_j$$

Legend / Notation:

- $j = 1, 2, \dots, m \rightarrow$ class index
- $n_j =$ absolute frequency of class j
- $f_j =$ relative frequency of class j
- $x'_j =$ midpoint of class j
- $m =$ number of classes
- $n = \sum_{j=1}^m n_j \rightarrow$ total number of observations

Silvestre (2007)

MEDIANA AGRUPADA

Definition:

The **median class** is the class interval that contains the **middle value** (0.5 in cumulative relative frequency) of the distribution.

Formula (Grouped Data)

$$Me = l + \frac{0.5 - F^*(l)}{F^*(L) - F^*(l)} \cdot h$$

Legend / Notation:

- l = lower boundary of the median class
- L = upper boundary of the median class
- $h = L - l$ = class width
- $F^*(l)$ = cumulative relative frequency **before the median class**
- $F^*(L)$ = cumulative relative frequency **at the upper boundary of the median class**

Silvestre (2007)

MODA AGRUPADA

Definition:

The **modal class** is the class interval with the **highest frequency** in a grouped frequency distribution

King's Formula (Grouped Data):

$$Mo = l + \frac{f^{**}}{f^{*} + f^{**}} \cdot h$$

Legend / Notation:

- l = lower boundary of the modal class
- h = class width
- f^{*} = relative frequency of the class before the modal class
- f^{**} = relative frequency of the class after the modal class

Silvestre (2007)

OBRIGADA!

Questões?

