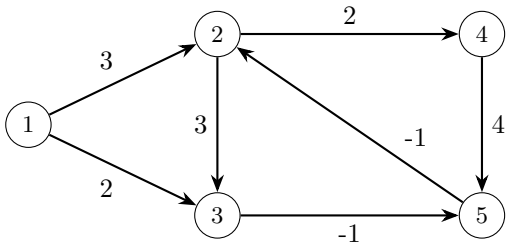
Programação Matemática II

Capítulo 3: Exercícios extra

Ano letivo 2026/2027

1. Considere o seguinte grafo:



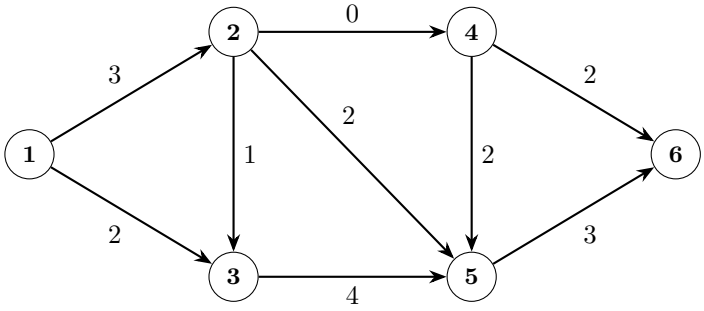
   (a) Considere os seguintes vetores de dimensão 5 e verifique se satisfazem as condições de Bellman-Ford. Determine também quais indicam o custo de caminhos ótimos.

$$u = (0, 0, 1, 0, 1); \quad v = (0, 0, 2, 2, 1); \quad w = (0, 1, 2, 3, 1).$$

   (b) Considere um grafo, obtido do grafo da figura, mudando "4" para "-4". Utilize um algoritmo apropriado para, se possível, determinar o caminho mais curto de 1 para todos os nodos.

   (c) Considere agora um novo grafo, obtido do grafo da figura, mudando os dois valores "-1" por "1". Determine os caminhos ótimos do nodo 1 a todos os outros nodos utilizando um algoritmo apropriado.

2. Considere o seguinte grafo:



   (a) Determine o caminho mais curto do nodo 1 a todos os outros, utilizando um algoritmo apropriado.

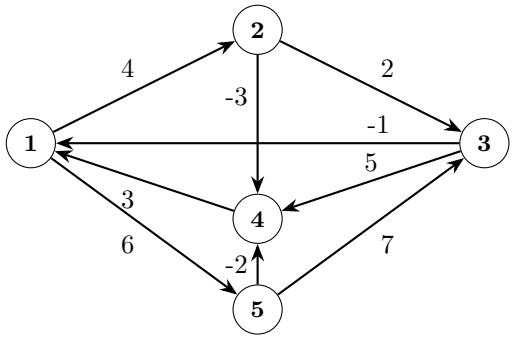
   (b) Faça o mesmo, modificando o grafo da alínea anterior, considerando agora custos -4 e -2 para os arcos $(3, 5)$ e $(5, 4)$, respetivamente.

3. Escreva as condições de Bellman-Ford no caso em que se pretende determinar o caminho mais longo da origem s para todos os nodos do grafo $G = (V, A)$.

4. Considere o problema de determinar os caminhos com menor número de arcos entre um nodo e os restantes. Mostre como resolver este problema utilizando os algoritmos estudados.

5. Considere um grafo $G = (V, A)$ e dois subconjuntos S e T disjuntos e contidos em V. Pretende-se determinar o caminho mais curto entre um nodo em S e outro em T. Mostre como resolver este problema como um caminho mais curto entre dois nodos.

6. Utilizando o algoritmo de Floyd, determine os caminhos mais curtos, e os respetivos custos, entre cada par de nodos do seguinte grafo.



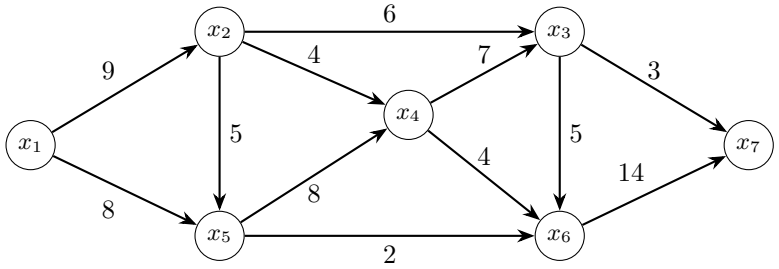
7. Considere a seguinte matriz de custos associados aos arcos de um grafo completo $G = (V, A)$ onde o conjunto dos nodos é $V = \{1, 2, 3, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

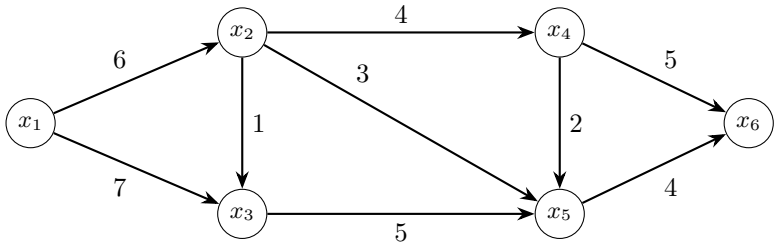
Identifique um circuito de custo negativo.

8. Determine o fluxo máximo entre s e t nos grafos seguintes, usando o algoritmo de Ford-Fulkerson. Considere como solução admissível inicial o fluxo nulo.

(a) $s = x_1$, $t = x_7$



(b) $s = x_1$, $t = x_6$



(c) Em cada caso determine o corte de capacidade mínima que separa s de t.