

$x_1 - \varepsilon_2 \geq 60$; $x_2 - \varepsilon_2 \geq 80$; $x_3 - \varepsilon_2 \geq 55$; $x_1 + x_2 = 190$ (180 + 10); $x_1 + x_3 = 165$; $x_2 + x_3 = 185$; $x_1 + x_2 + x_3 = 270$; todas as variáveis não negativas

3. a) Função de custos do financiamento $C(Q) = \begin{cases} 0,05Q - 0,03(Q - X) & X < Q \\ 0,05Q + 0,1(X - Q) & X \geq Q \end{cases}$
 Função de ganhos (como foi dada) $G(Q) = \begin{cases} -0,05Q + 0,03(Q - X) & X < Q \\ -0,05Q - 0,1(X - Q) & X \geq Q \end{cases}$
 Q – montante do empréstimo bonificado, ao abrigo do programa especial.

$$F(Q^*) = \frac{V + p_v - C}{V + p_v - l} = \frac{p - C}{p - l} = \frac{0,1 - 0,05}{0,1 - 0,03} = 0,71$$

$$\int_5^{Q^*} \frac{dx}{10 - 5} = 0,71 \Rightarrow Q^* = 8,57 \text{ milhões euros}$$

Nota. Só com esta formulação a expressão do óptimo é a dada

$$\begin{aligned} \text{Valor esperado do empréstimo adicional} &= \int_{8,57}^{10} (x - 8,57) \frac{dx}{5} \\ &= 0,21 \text{ (cerca de 210 mil euros)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Prob. de ser necessário empréstimo adicional} &= \int_{8,57}^{10} \frac{dx}{5} = \frac{10 - 8,57}{5} \\ &= 28,6\% \end{aligned}$$

b) Gestão descentralizada: $Q_1 = \sqrt{\frac{2AD_1}{IC}}$; $Q_2 = \sqrt{\frac{2AD_2}{IC}}$; $Q_1 + Q_2 = \sqrt{\frac{2AD_1}{IC}} + \sqrt{\frac{2AD_2}{IC}} =$

Gestão Centralizada $Q = \sqrt{\frac{2A(D_1+D_2)}{IC}}$; $Q_1 < Q < Q_1 + Q_2$ e $Q_2 < Q < Q_1 + Q_2$

Custos de encomenda descentralizadas (dos dois armazéns) $A\left(\frac{D_1}{Q_1} + \frac{D_2}{Q_2}\right)$

Custos de encomenda centralizados (só um armazém) $A\frac{D_1+D_2}{Q}$

Como $\frac{D_1+D_2}{Q} < \frac{D_1}{Q_1} + \frac{D_2}{Q_2}$, logo menores custos de encomenda.

Custos de stock descentralizados $\frac{IC}{2}(Q_1 + Q_2)$

Custos de stock centralizados $IC\frac{Q}{2}$

Como $Q < Q_1 + Q_2$, logo menores custos de stock

Centralização tem menores stocks totais, cqd.

4. Geração das variáveis aleatórias:

Produção dia 1: $100 + 0,27 \cdot 40 = 111$; produção dia 2: 126; produção dia 3: 114;
 produção dia 4: 122

Geração das Encomendas (transformação inversa)

$$\int_{100}^x \frac{x}{4800} dx = \frac{x^2}{9600} - \frac{10000}{9600} = y \Rightarrow x = +10\sqrt{(100 + 96y)120};$$

Encomenda dia 1: 129; encomendas dia 2: 114, encomendas dia 3: 131; encomendas dia 4:118

Tempo (dias)	Stock Inicial	Produção	Encomenda	Stock final	Ruptura
1	10	111	129	0	8
2	0	125	122	3	0
3	3	114	131	0	14
4	0	122	132	0	10

Custo de stock/dia= $3*10/4=30/4=7,5$; custo ruptura= $20*32/4=640/4=160$

Stock médio por dia= $(\frac{10+0}{2} + \frac{0+3}{2} + \frac{3+0}{2} + 0)/4 = 2$

Comentário. Demasiados custos de ruptura; encarar aumentar a capacidade de produção para evitar rupturas muito frequentes.