

# Resolução exata de POCs

## Algoritmo de branch-and-bound

9. Escreva o algoritmo de branch-and-bound considerando que P é um problema de maximização.
10. Resolva utilizando o algoritmo de B&B os seguintes PLIs, considerando as seguintes regras de ramificação:  
(i) Ramificando a variável de menor índice, e (ii) Ramificando a variável mais fracionária.

(a)

$$\begin{aligned} \max z &= 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a: } & -x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ & x_1 - x_2 \leq 16 \\ & 4x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \min z &= 5x_1 + x_2 \\ \text{s.a: } & 5x_1 - x_2 \geq 7 \\ & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

11. Considere o seguinte problema de PLI:

$$\begin{aligned} \min z &= 21x_1 + 15x_2 + 12x_3 + 10x_4 \\ \text{s.a: } & 1.4x_1 - 2.3x_2 + 2.4x_3 + 2.2x_4 \geq 33.3 \\ & -0.5x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \geq 5 \\ & -x_1 - 0.8x_2 + 2.5x_3 - 3.5x_4 \geq 15 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

Resolva recorrendo ao algoritmo de branch-and-bound, considerando como critério de paragem “resolver não mais de dez subproblemas”, e ramificando escolhendo sempre a variável de índice mais baixo. Indique a melhor SA encontrada e indique o valor ótimo ou, caso não o tenha encontrado, enquadre-o utilizando os melhores valores possíveis para o minorante e o majorante. Nota: Utilize o Solver do Excel para resolver as relaxações lineares dos subproblemas.

12. Considere o seguinte problema de PLI

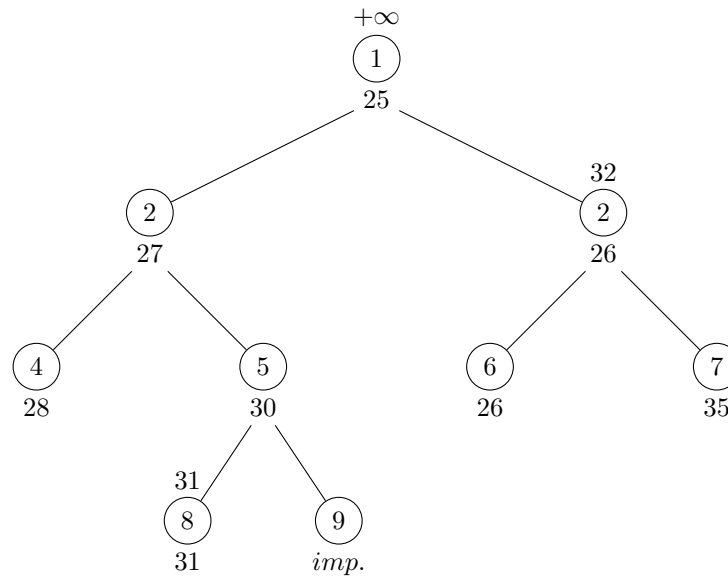
$$\begin{aligned} (P) \equiv \max z(u) &= x_1 - x_2 \\ \text{s.a: } & 2x_1 - x_2 \leq 3 \\ & 6x_1 + 10x_2 \geq 15 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

- (a) Resolva graficamente a relaxação linear de (P). O que pode concluir acerca do valor ótimo de (P)?  
(b) Resolva (P) com o algoritmo de branch-and-bound.  
(c) Seja  $u \geq 0$ . Considere

$$\begin{aligned} (P_u) \equiv \max z &= x_1 - x_2 + u(3 - 2x_1 + x_2) \\ \text{s.a: } & 6x_1 + 10x_2 \geq 15 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

Mostre que  $v(P_u) \geq v(P)$ . Determine  $v(P_u)$  para  $u$  igual a 0,  $\frac{1}{2}$  e 1.

13. Considere a seguinte árvore enumerativa para um problema de minimização, onde se indicam os limites inferiores para os subproblemas associados a cada nodo, bem como limites superiores para alguns dos subproblemas.



- (a) Indique os melhores limites, inferior e superior, para o valor ótimo do problema, bem como um majorante do desvio da melhor solução em relação ao valor ótimo.
- (b) Quais os nodos da árvore apresentada poderiam ser cancelados e quais deveriam estar sujeitos a nova ramificação ?
14. Resolva pelo algoritmo de branch-and-bound os seguintes problemas de PLI. Escolha para ramificar o problema com melhor majorante (em caso de empate escolha o último problema criado), e a variável fracionária mais próxima de 0.5 (em caso de empate escolha a variável com maior coeficiente na FO).
- (a) (b)

$$\begin{aligned}
 \max z &= 3x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a: } &2x_1 + 5x_2 \leq 25 \\
 &x_1 + x_2 \leq 7 \\
 &x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \min z &= -3x_1 + x_2 \\
 \text{s.a: } &16x_1 - 4x_2 \leq 13 \\
 &-3x_1 - 2x_2 \leq -8 \\
 &x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros}
 \end{aligned}$$