

Algoritmo de planos de corte de Gomory

15. Considere o seguinte problema de programação linear inteira:

$$\begin{aligned} & \max x_1 + 10x_2 \\ \text{s.a.: } & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

Indique quais das seguintes desigualdades são válidas para o problema apresentado e, das desigualdades válidas, quais são planos de corte para a solução ótima da relaxação linear.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| i. $3x_1 + 4x_2 \leq 6$ | iii. $-x_1 + 2x_2 \leq 3$ |
| ii. $-2x_1 + 2x_2 \leq 1$ | iv. $x_1 + 3x_2 \leq 4$ |

16. Resolva os problemas de PLI apresentados de seguida utilizando o algoritmo de planos de corte de Gomory. Represente graficamente os cortes de Gomory obtidos para cada um dos problemas.

- (a) (b)

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \begin{aligned} & \max x_1 + 10x_2 \\ \text{s.a.: } & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned} \\ \text{(b)} & \begin{aligned} & \min x_1 + x_2 \\ \text{s.a.: } & 2x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \in \{0, 1\} \end{aligned} \end{array}$$

17. Considere o seguinte PLI em que x_2 e x_3 são as VBs na SO da sua relaxação linear.

$$\begin{aligned} & \min z = 8x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{s.a.: } & 9x_1 + 4x_2 + 5x_3 \geq 27 \\ & 2x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 16 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

Obtenha o valor ótimo da relaxação linear após a introdução de um corte de Gomory. Para gerar o corte de Gomory considere a restrição associada à VB de menor índice. Compare o valor obtido com o valor que obteria se resolvesse o PLI dado. Sem resolver, explique se seria necessário introduzir novo corte.

Técnicas de melhoria

18. Aplique as técnicas de melhoria aprendidas ao seguinte PLB de forma a obter um problema equivalente com menos restrições funcionais. Se possível, identifique uma SO sem resolver o problema.

$$\begin{aligned} \min z &= 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 4x_5 + x_6 + 6x_7 + x_8 + 4x_9 \\ \text{s.a: } &x_1 + x_3 - x_7 - x_9 \geq 1 \\ &x_2 + x_3 + 4x_7 + x_9 \geq 4 \\ &x_6 + x_7 \leq 1 \\ &x_2 + 2x_5 + 3x_8 + 2x_9 \geq 4 \\ &2x_3 + 2x_4 + x_5 - x_7 - 3x_8 + x_9 \leq 5 \\ &x_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, 9 \end{aligned}$$

19. Aplique o algoritmo de fortalecimento de restrições com variáveis binárias à restrição $3x_1 - x_2 + 4x_3 \geq 1$, com $x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\}$.

20. Encontre dois cortes de cobertura para a seguinte restrição de um problema saco-mochila

$$7x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 12.$$

21. Considere o conjunto

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}^+, y_1, y_2, y_3, y_4 \in \{0, 1\} : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 36, x_1 \leq 20y_1, x_2 \leq 10y_2, x_3 \leq 10y_3, x_4 \leq 8y_4\}.$$

Derive uma restrição válida para X que seja uma restrição saco-mochila.

22. Determine desigualdades válidas para o conjunto de pontos (x_1, \dots, x_m, y) definidos por

$$\sum_{i=1}^m x_i \leq my, \quad 0 \leq x_i \leq 1, \quad y \in \{0, 1\}.$$