EXERCÍCIOS CAPÍTULO 3

1. Uma caixa contém cinco bolas pretas (*P*), três azuis (*A*) e sete vermelhas (*V*). A experiência aleatória consiste em retirar ao acaso duas bolas sem reposição. Suponha que atribui a seguinte pontuação: bola preta – 1 ponto; bola azul – 2 pontos; bola vermelha – 3 pontos. Considere a variável aleatória *X*, “soma dos pontos obtidos”.
   a) Qual o acontecimento que é imagem inversa do intervalo [3, 5)?
   b) Determine a função de distribuição.
   c) Calcule $P(X > 3 \mid X < 6)$.
   d) Classifique a variável aleatória *X*.

2. Seja o espaço $\Omega = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Neste espaço, a probabilidade de cada acontecimento $A \subset \Omega$ é proporcional à área da figura plana correspondente à imagem de *A*. Seja $U\,[\,(x, y)\,]$ a variável aleatória definida pela distância do ponto (x,y) à origem, (0,0).
   a) Determine a função de distribuição da variável aleatória *U* no espaço Ω.
   b) Calcule $P(0.2 < U < 0.5)$ e $P(U > 0.5 \mid U > 0.2)$.
   c) Classifique a variável aleatória *U*.

3. Seja
$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x < 1) \\ x/3 & (1 \leq x < 2) \\ 1 & (x \geq 2). \end{cases}$$
   a) Verifique que se trata de uma função de distribuição.
   b) Classifique a variável aleatória em causa.

4. Seja a variável aleatória *X* com função de distribuição
$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 - (2/3)\, e^{-x} & (x \geq 0). \end{cases}$$
   a) Calcule $P(X > 0)$.
   b) Represente graficamente a função, e classifique a variável aleatória.

5. Um saco tem *n* bolas brancas (*B*) ($n > 10$) e apenas uma de cor preta (*P*). São extraídas bolas sem reposição até sair a de cor preta. Seja *X* a variável aleatória que representa o número de extracções feitas.
   a) Qual a imagem do acontecimento $A = \{P, BP, BBP, BBBP\}$?
   b) Qual a imagem inversa do intervalo (0, 5)?
   c) Classifique a variável aleatória e obtenha a sua função de distribuição.
   d) Qual a probabilidade de ser necessário extrair mais de três bolas?

6. Seja *X* uma variável aleatória discreta com função de distribuição dada por,

$$F(x)=\begin{cases}0 & (x<-1)\\ 0.2 & (-1\le x<0)\\ 0.7 & (0\le x<1)\\ 1 & (x\ge 1).\end{cases}$$

a) Determine a função probabilidade de *X*.
b) Calcule $P(X \geq 1)$.
c) Calcule $P(X < 0.5 \mid X \geq 0)$.

7. O número de automóveis encomendados mensalmente num *stand*, é uma variável aleatória *X* com a seguinte função probabilidade:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1

a) Calcule a função de distribuição de *X*.
b) Determine o número mínimo de automóveis que o *stand* deve ter num mês para que a probabilidade de satisfazer todas as encomendas não seja inferior a 0.75.
c) Num mês em que haja apenas dois automóveis em *stock* no *stand*, calcule a probabilidade de serem todos vendidos, e especifique a distribuição da variável aleatória que representa as vendas nesse mês.

8. Um saco tem cinco bolas, numeradas de 1 a 5. Extraem-se duas bolas sem reposição. Seja *X* a variável aleatória que representa o maior valor observado.
a) Determine a função probabilidade de *X*.
b) Qual a probabilidade de o maior valor observado ser superior a 3?

9. Calcule o valor de *k* de modo que as funções dadas nas alíneas seguintes definam funções probabilidade da variável aleatória *X*.
a) $f(x)=kx \quad (x=1,2,\ldots,10)$;
b) $f(x)=k\left(\dfrac{1}{5}\right)^x \quad (x=1,2,3,\ldots)$.

10. Num lote de cinco componentes electrónicas sabe-se que dois deles apresentam defeitos. Selecciona-se uma amostra de duas componentes, sem reposição.
a) Qual a proporção de amostras com componentes sem defeito?
b) Se *X* representar o número de componentes com defeito na amostra, qual a distribuição de *X*?

11. Seja *X* uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por,

$$f(x)=\begin{cases}x/4 & (0<x<2)\\ 1-x/4 & (2<x<4).\end{cases}$$

a) Obtenha a função de distribuição de *X*.
b) Calcule a probabilidade de *X* ser maior que 3.
c) Calcule a $P(X < 3 \mid X > 2)$.
d) Obtenha a distribuição de $Y = 8 - 2X$.

12. Para cada uma das funções definidas nas alíneas seguintes encontre o valor da cons-

tante k de modo que sejam funções densidade de uma variável aleatória X:

a) $f(x)=\begin{cases} kx & (0<x<1) \\ 2-x & (1<x<2). \end{cases}$

b) $f(x)=x^3/4 \ \ (0<x<k)$.

c) $f(x)=4x^k \ \ (0<x<1)$.

13. Seja

$$F(x)=\begin{cases} 0 & (x<0) \\ x^2 & (0\le x<1/2) \\ -(3x^2-6x+2) & (1/2\le x<1) \\ 1 & (x\ge 1). \end{cases}$$

a) Prove que F é a função de distribuição de uma variável aleatória X.

b) Determine a função densidade correspondente.

c) Calcule a $P(X<3/2)$.

d) Encontre o valor de k, tal que $P(X\le k)=1/2$.

14. Seja X uma variável aleatória com função densidade

$$f(x)=x^{-3}/2 \ \ (x>1/2).$$

a) Obtenha a função de distribuição de X.

b) Calcule $P(X>4 \mid X>2)$.

15. Considere a seguinte função densidade

$$f(x)=\begin{cases} k(x-1)^2 & (1<x<2) \\ 0 & (\text{outros } x). \end{cases}$$

a) Calcule k. Obtenha a função de distribuição de X.

b) Admita que se realiza 3 vezes, de forma independente, a experiência aleatória associada à variável X. Obtenha a função probabilidade da variável aleatória que representa o número de vezes em que X é maior que 1.5, nas três realizações da experiência.

16. Uma máquina produz peças cujos comprimentos apresentam uma certa irregularidade, indo a peça para refugo caso se verifiquem desvios superiores a 1 cm em relação ao programado. Seja X a variável aleatória que representa a diferença, em centímetros, do comprimento de uma peça de refugo relativamente à norma correspondente, com função densidade

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{6x+12}{5} & (-2<x<-1) \\ \dfrac{9}{10x^3} & (1<x<3) \\ 0 & (\text{outros } x). \end{cases}$$

a) Construa a função de distribuição desta variável aleatória, e calcule qual a percentagem de peças de refugo com um comprimento superior ao programado.
b) Seleccionadas 10 peças ao acaso, de entre as que se encontram no refugo, qual a probabilidade de metade delas terem um comprimento inferior ao programado?

17. A quantidade de vinho (em dezenas de litros) que um produtor-engarrafador vende por dia é uma variável aleatória X com função de distribuição

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ \dfrac{x^2}{50} & (0 \le x < 5) \\ \dfrac{20x - x^2}{50} - 1 & (5 \le x < 10) \\ 1 & (x \ge 10). \end{cases}$$

a) Determine a função densidade.
b) Do conjunto dos dias em que vende mais que 50 litros, qual a probabilidade de vender menos que 90 litros?
c) Se o ganho líquido diário for $Y = 2X - 6$, calcule a função de distribuição do ganho líquido e a proporção de dias em que há prejuízo.

18. O tempo de reparação, em dezenas de horas, de certo tipo de avarias em computadores é uma variável a aleatória com função densidade

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x > 0) \\ 0 & (\text{outros } x). \end{cases}$$

a) Determine a função de distribuição da variável aleatória X.
b) Que limite superior, para o tempo de reparação, pode ser estabelecido em 40% dos casos?
c) Está instituído na empresa um sistema de prémios que atribui €20 aos trabalhadores que façam uma reparação em menos de 5 horas, e de €10 se demorar entre 5 e 8 horas. Obtenha a distribuição da variável aleatória que representa o prémio atribuído.

19. A variável aleatória X representa o quociente entre os rendimentos anuais do marido e da mulher, de casais residentes numa determinada região, e tem a função densidade apresentada abaixo

$$f(x) = \begin{cases} k & (0 < x < 1) \\ \dfrac{6}{5x^2} & (1 < x < 3). \end{cases}$$

a) Verifique que $k = 1/5$, e calcule a função de distribuição de X.
b) Calcule $P(X \le 2 \mid X > 1)$ e explicite o seu significado.

20. Admita que, para cada disciplina que tem aulas de duas horas, o tempo de não permanência de um aluno numa aula é uma variável aleatória com função densidade

$$f(x) = 1 - \frac{x}{2} \quad (0 < x < 2).$$

a) Qual a probabilidade de um aluno, escolhido ao acaso, assistir a mais que 75% da aula?

b) Em 10 alunos, escolhidos ao acaso, qual a probabilidade de apenas um deles assistir a mais de 75% da aula?

21. Seja *X* uma variável aleatória com função densidade

$$f_X(x) = \begin{cases} x & (0 < x < 1) \\ 1/2 & (1 \le x < 2). \end{cases}$$

a) Determine a função de distribuição.

b) Determine a função densidade da variável aleatória $Y = 4X - 2$.

c) Determine a função de distribuição, e classifique a seguinte variável aleatória:

$$U = \begin{cases} -1 & (X < 0.5) \\ 1 & (X \ge 0.5) \end{cases}.$$

22. Seja *X* uma variável aleatória com função densidade definida por:

$$f_X(x) = kx^2 \quad (-1 < x < 1).$$

a) Mostre que $k = 1.5$.

b) Sabendo que *X* é positivo, e utilizando a função de distribuição, calcule a probabilidade de *X* ser maior que 0.5.

c) Obtenha a função de distribuição da variável aleatória *Y* que concentra os valores negativos de *X* no ponto zero e mantém, sem alteração, os positivos. Classifique a variável aleatória.

d) Se $Z = (X^3 + 1)/2$, verifique que a respectiva função densidade é $g(z) = 1$ para $0 < z < 1$.

23. Considere a variável aleatória X com função densidade

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.5e^x & (x < 0) \\ x/4 & (0 < x < 2). \end{cases}$$

a) Determine a função de distribuição de *X*.

b) Calcule $P(X \le 1 \mid X > 0)$.

24. Classifique as afirmações abaixo de verdadeiras ou falsas, justificando sucintamente.

a) Se *f* é a função probabilidade de uma variável aleatória discreta, então, qualquer que seja $x \in \Re$, $0 \le f(x) \le 1$.

b) Se *f* é a função densidade de uma variável aleatória contínua, então, qualquer que seja $x \in \Re$, $0 \le f(x) \le 1$.

c) Se *F* é a função de distribuição de uma variável aleatória contínua, então, qualquer que seja $x \in \Re$, $0 \le F(x) \le 1$.

d) Se X é uma variável aleatória contínua, então a sua função densidade é sempre menor ou igual a um.

e) Se X é uma variável aleatória contínua e simétrica em relação à origem, com função de distribuição F, então $F(x) = 1 - F(-x)$.

25. Considere a variável aleatória X com a seguinte função de probabilidade

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.2	0.2	0.1	0.3	0.2

a) Calcule $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.
b) Faça $Y = 1 - 3X$ e calcule $E(Y)$ e $\text{Var}(Y)$.
c) Sendo $Z = |X - 2|$, determine $E(Z)$ e $\text{Var}(Z)$.

26. O número de unidades de um produto procuradas diariamente por uma empresa é uma variável aleatória X com função probabilidade dada por:

$$f(x) = 1/5 \quad (x = 0, 1, 2, 3, 4).$$

Se o produto é vendido durante o dia, proporciona um ganho de 5 euros por unidade; se o não é, deve ser inutilizado, o que acarreta um prejuízo de 4 euros por unidade.
a) Calcule o valor esperado e a variância de X.
b) Qual deve ser o aprovisionamento diário de modo que o lucro esperado seja máximo?

27. Sabe-se que o primeiro e o segundo momentos em relação à origem da variável aleatória discreta X, são iguais a 6 e a 62, respectivamente. Sendo $Y = (X/2) + 3$, determine a média, a variância e o desvio padrão de Y.

28. Um jogo consiste em baralhar e tirar duas cartas (com reposição) de um baralho vulgar (52 cartas); se sairem duas cartas de copas ganha-se 15 euros; em caso contrário, perde-se 1 euro.
a) Qual a probabilidade de ganhar duas vezes seguidas o jogo?
b) Em média, quanto se ganha ou se perde de cada vez em que se joga?

29. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade,

$$f_X(x) = \begin{cases} x & (0 < x < 1) \\ 1/2 & (1 < x < 2). \end{cases}$$

a) Calcule a média e a variância de X.
b) Utilizando as propriedades do valor esperado, obtenha a média e a variância da variável aleatória $Y = 4X - 2$.
c) Calcule a média das seguintes variáveis aleatórias:

$$Z = \frac{1}{X}\,;\; U = \begin{cases} -1 & (X < 0.5) \\ 1 & (X \geq 0.5). \end{cases}$$

d) Determine o 1.º e o 3.º quartis.

30. Seja F a função de distribuição de uma variável aleatória X. Classifique as afirmações abaixo de verdadeiras ou falsas, justificando sucintamente.
a) Sendo a e b reais tais que $a < b$ e $F(b) > 0$, então $P(X \leq a \mid X \leq b) = 1$.
b) Seja X uma variável aleatória contínua e simétrica em relação à origem e k uma constante real positiva. Então, $P(-k < X < k) = 2F(k) - 1$.

c) X é uma variável aleatória mista. Seja $a \in \Re$ um ponto de continuidade de $F(x)$. Então $F(a) = 1 - P(X \geq a)$.

d) Quaisquer que sejam $x, h > 0 \in \Re$, $F(x) < F(x+h)$.

e) Considere a variável aleatória X discreta. Sendo $Y = 1 - X$, então a função distribuição de Y é dada por $G(y) = 1 - F(y)$.

31. As maças são calibradas em três categorias de acordo com o seu tamanho. Para que uma maçã seja considerada de determinada categoria o seu tamanho não se pode desviar de um certo valor padrão mais do que 2 unidades. Estão a ser embaladas maças da categoria 2 e, como tal, são rejeitadas todas aquelas que não cumprem a norma. Seja *X*, diferença entre o tamanho de uma maçã rejeitada e o valor padrão, uma variável aleatória com função de distribuição,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -4 \\ (16 - x^2)/36 & -4 \leq x < -2 \\ 1/3 & -2 \leq x < 2 \\ (x^2 - 2x + 4)/12 & 2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

a) Classifique, justificando, a variável aleatória *X* e calcule $f(x)$.

b) Qual a percentagem de maças rejeitadas com tamanho superior ao da categoria 2?

c) Calcule a média e a mediana de *X*.

32. Seja *X* uma variável aleatória com função densidade,

$$f_X(x) = \frac{x^2}{42} \quad (-1 < x < 5).$$

a) Calcule o coeficiente de variação de *X*.

b) Determine a mediana e a amplitude do intervalo interquartis.

c) Utilizando as propriedades do valor esperado, obtenha a média e a variância da variável aleatória $Y = 5 - 3X$.

33. Seja *X* uma variável aleatória com função densidade definida por,

$$f_X(x) = \begin{cases} x + 2 & (-2 < x < -1) \\ -x & (-1 < x < 0). \end{cases}$$

a) Obtenha a média, a mediana e a variância de *X*.

b) Sendo $Z = 2X - 2$, calcule a respectiva média e variância.

c) A variável aleatória *X* tem distribuição simétrica?

d) Qual o coeficiente de assimetria de *X*?

34. Seja *X* uma variável aleatória com função densidade tal que,

$$f_X(x) = \frac{1}{9} x^{-4} \quad (x > 1/3).$$

a) Calcule $P(X > 4 \mid X > 2)$.

b) Calcule a média e a mediana de X. Interprete.

c) Classifique a distribuição de X quanto à assimetria, relacionando com o resultado de a).

35. A quantidade de um produto (em toneladas) vendida semanalmente por um vendedor de uma empresa é uma variável aleatória X com função densidade:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4-x}{8} & (0 < x < 4) \\ 0 & \text{outros } x \end{cases}$$

a) Calcule a função de distribuição de X.
b) Sabendo que logo no início da semana o vendedor vendeu 1.5 toneladas de produto, determine a probabilidade de vender mais de 3 toneladas nessa semana.
c) A empresa pratica um sistema de prémios que consiste em atribuir 15€ no caso de as vendas se situarem entre 1 e 2 toneladas e, no caso de vendas semanais de 2 ou mais toneladas, um prémio de 10€ por tonelada vendida. Calcule o valor esperado do prémio semanal.
d) Obtenha a função de distribuição do prémio referido na alínea anterior e classifique a respectiva variável aleatória.

36. A vida útil, em anos, de um computador portátil de determinada marca é uma variável aleatória X com função de densidade,

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{18x-3x^2}{100} & (0 < x < 5) \\ 0 & \text{outros } x \end{cases}$$

a) Calcule a função de distribuição de X.
b) Esta marca oferece a seguinte garantia: se o portátil avariar no primeiro ano de vida útil é logo substituído por outro. Calcule a percentagem computadores substituídos no período de garantia.
c) O custo de reparação de uma avaria é uma variável aleatória, Y, que está relacionada com a vida útil do portátil através da relação:

$$Y = \begin{cases} 0 & X \le 1 \\ 50X & X > 1 \end{cases}$$

Classifique, justificando, a variável aleatória Y e calcule o custo médio de reparação por avaria.

37. O tempo de fabricação de uma dada peça, em horas, é uma variável aleatória X com a seguinte função densidade

$$f(x) = \begin{cases} x\text{-}1 & 1<x<2 \\ 3\text{-}x & 2<x<3 \end{cases}$$

a) Calcule a função de distribuição de X.
b) Sabendo que uma certa peça já está a ser fabricada há duas horas calcule a probabilidade de ainda ter de esperar pelo menos mais meia hora até à sua conclusão.

c) Se o custo de cada peça (C) for calculado através da expressão: C=20+25 X, determine a distribuição dessa variável.

38. A procura de um produto num certo período, em toneladas, é uma variável aleatória X com função densidade,

$$f_X(x) = 1/4 \quad (0 < x < 4).$$

a) Sabendo que se ganha 4 unidades monetárias por cada tonelada vendida no período e se perde 2 unidades monetárias por cada tonelada que fica por vender, calcule a tonelagem a comprar no início de cada período, com o objectivo de maximizar o lucro esperado (valor esperado do lucro).

b) Resolva a questão da alínea anterior admitindo adicionalmente que a empresa considera um custo de uma unidade monetária por tonelada de procura não satisfeita no período (custo de penúria). Analise os resultados.

39. Classifique as afirmações abaixo de verdadeiras ou falsas, justificando sucintamente.

a) Sendo a e b reais tais que $a < b$, então $P(a \le X \le b) = P(X \ge a) \times P(X \le b)$.

b) Sejam $a < b < c$ números reais com $P(X > c) > 0$. Qualquer que seja X tem-se $P(X > a \mid X > c) < P(X < b \mid X > c)$.

c) Existindo $E(X^2)$, tem-se necessariamente que $E(X^2) \ge [E(X)]^2$.

d) Se $Y = 4 + X$, a amplitude do intervalo inter-quartis de Y é maior do que a de X.

e) Existindo os valores esperados envolvidos então $E(2/X) = 2/E(X)$.

f) Sendo X uma variável aleatória contínua a sua função densidade não pode tomar valores superiores à moda.

40. Seja X uma variável aleatória com função geradora dos momentos dada por,

$$M(s) = \frac{2}{5}e^{s} + \frac{1}{5}e^{2s} + \frac{2}{5}e^{3s}.$$

Determine a média e a variância de X.

41. Seja X uma variável aleatória com função geradora dos momentos M_X. Mostre que a função geradora dos momentos de $Y = a + bX$, com a e b constantes, é dada por

$$M_Y(s) = e^{as} M_X(bs).$$

42. A variável aleatória X tem função probabilidade tal que

$$f(x) = \frac{x}{10} \quad (x = 1, 2, 3, 4).$$

a) Calcule $E(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$.

b) Sendo $Y = X^2$, determine $E(Y)$ e $\mathrm{Var}(Y)$.

43. Seja X uma variável aleatória com função probabilidade definida por,

$$f(x) = \frac{1}{4}\left(\frac{4}{5}\right)^{x} \quad (x = 1, 2, 3, \ldots).$$

Obtenha a função geradora dos momentos e utilizando-a calcule a média e a variância de X.

44. Seja X uma variável aleatória com função densidade definida por

$$f(x) = \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{3}} \quad (x > 0).$$

Obtenha a função geradora dos momentos e, com base nela, calcule a média e a variância de X.

45. Seja M a função geradora dos momentos de X. Suponha que $R(s) = \ln\{M(s)\}$. Mostre que:

a) $\mu = E(X) = R'(0)$.

b) $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = R''(0)$.

46. Seja M_X a função geradora dos momentos de uma variável aleatória X. Calcule a função geradora dos momentos de variável aleatória $Y = X - \mu$, onde $\mu = E(X)$. Mostre que $M'_Y(0) = 0$ e interprete o resultado.

47. Considere a função definida por

$$f_X(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|} \quad (-\infty < x < +\infty).$$

a) Prove que se trata de uma função densidade.

b) Obtenha a função geradora dos momentos e, com base nela, a média e a variância de X.

c) Calcule directamente a média de X.

d) Calcule o coeficiente de assimetria.

48. Classifique as afirmações abaixo de verdadeiras ou falsas, justificando sucintamente.

a) Seja X uma variável aleatória com média μ e variância σ^2 e $Y = kX$, com $k > 0$. Então $\mathrm{Var}(Y) \geq \mathrm{Var}(X)$.

b) Se existir $\mathrm{Var}(X)$ então $\mathrm{Var}(X - 2) = \mathrm{Var}(2 - X)$.

c) Se a distribuição de X for assimétrica positiva e tiver média μ, finita, então $P(X \leq \mu) \geq 1/2$.

d) Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade $f(x)$. Então o 1º quartil é dado por $\xi_{0.25}$: $\int_{\xi_{0.25}}^{+\infty} f(x)\, dx = 0.75$.

e) Suponhamos que X e Y são variáveis aleatórias cujas funções geradoras dos momentos existem e são iguais. Então pode afirmar-se que $E(X^k) = E(Y^k)$ para todo o $k = 1, 2, 3, \ldots$.

f) Se $Y = 2X$ então a função geradora de Y satisfaz $M_Y(s) = [M_X(s)]^2$, onde $M_X(s)$ é a função geradora dos momentos de X.

SOLUÇÕES

1. a) $A = \{(P, A), (A, P), (P, V), (V, P), (A, A)\}$;
   b) $F(x) = 0 \ (x < 2)$, $F(x) = 10/105 \ (2 \le x < 3)$, $F(x) = 25/105 \ (3 \le x < 4)$,
   $F(x) = 63/105 \ (4 \le x < 5)$, $F(x) = 84/105 \ (5 \le x < 6)$, $F(x) = 1 \ (x \ge 6)$.
   c) $59/84 \approx 0.7024$; d) discreta.
2. a) $F(u) = 0 \ (u < 0)$, $F(u) = u^2 \ (0 \le u < 1)$, $F(u) = 1 \ (u \ge 1)$; b) 0.21, 0.78125;
   c) contínua.
3. b) mista.
4. a) 2/3; b) mista.
5. a) $X(A) = \{1, 2, 3, 4\}$; b) $X^{-1}[0, 5] = A = \{P, BP, BBBP, BBBP\}$;
   c) discreta; $F(x) = 0 \ (x < 1)$, $F(x) = 1/(n+1) \ (1 \le x < 2)$,
   $F(x) = 2/(n+1) \ (2 \le x < 3)$,..., $F(x) = n/(n+1) \ (n \le x < n+1)$,
   $F(x) = 1 \ (x \ge n+1)$.
   d) $(n-2)/(n+1)$.
6. a) $f(-1) = 0.2, f(0) = 0.5, f(1) = 0.3$; b) 0.3; c) 0.625.
7. a) $F(x) = 0 \ (x < 0)$, $F(x) = 0.3 \ (0 \le x < 1)$, $F(x) = 0.6 \ (1 \le x < 2)$,
   $F(x) = 0.8 \ (2 \le x < 3)$, $F(x) = 0.9 \ (3 \le x < 4)$, $F(x) = 1 \ (x \ge 4)$;
   b) 2; c) 0.4, $f_Y(0) = f_Y(1) = 0.3$, $f_Y(2) = 0.4$.
8. a) $f(2) = 0.1, f(3) = 0.2, f(4) = 0.3, f(5) = 0.4$; b) 0.7.
9. a) 1/55; b) 4.
10. a) 0.3; b) $f(0) = 0.3, f(1) = 0.6, f(2) = 0.1$.
11. a) $F_X(x) = 0 \ (x < 0)$, $F_X(x) = x^2/8 \ (0 \le x < 2)$,
    $F_X(x) = x - (x^2/8) - 1 \ (2 \le x < 4)$, $F_X(x) = 1 \ (x \ge 4)$;
    b) 0.125; c) 0.75;
    d) $F_Y(y) = 0 \ (y < 0)$, $F_Y(y) = y^2/32 \ (0 \le y < 4)$,
    $F_Y(y) = y/2 - y^2/32 - 1 \ (4 \le y < 8)$, $F_Y(y) = 1 \ (y \ge 8)$.
12. a) 1; b) 2; c) 3.
13. b) $f(x) = 2x \ (0 < x < 1/2)$, $f(x) = 6(1-x) \ (1/2 < x < 1)$; c) 1; d) 0.5918.
14. a) $F(x) = 0 \ (x < 1/2)$, $F(x) = 1 - 1/(4x^2) \ (x \ge 1/2)$; b) 0.25.
15. a) 3, $F(x) = 0 \ (x < 1)$, $F(x) = (x-1)^3 \ (1 \le x < 2)$, $F(x) = 1 \ (x \ge 2)$;
    b) 0.875, $f_Y(y) = \binom{3}{y} 0.875^y \, 0.125^{3-y} \ (y = 0, 1, 2, 3)$.
16. a) $F(x) = 0 \ (x < -2)$, $F(x) = 0.6(x+2)^2 \ (-2 \le x < -1)$, $F(x) = 0.6 \ (-1 \le x < 1)$,
    $F(x) = 1.05 - (9/20)x^{-2} \ (1 \le x < 3)$, $F(x) = 1 \ (x \ge 3)$; b) 0.2006.
17. a) $f_X(x) = x/25 \ (0 < x < 5)$, $f_X(x) = (10-x)/25 \ (5 < x < 10)$; b) 0.96;
    c) $F_Y(y) = 0 \ (y < -6)$, $F_Y(y) = (y+6)^2/200 \ (-6 \le y < 4)$,
    $F_Y(y) = (28y + 4 - y^2)/200 \ (4 \le y < 14)$, $F_Y(y) = 1 \ (y \ge 14)$; 0.18.
18. a) $F_X(x) = 0 \ (x < 0)$, $F_X(x) = 1 - e^{-x} \ (x \ge 0)$; b) 0.5108;
    c) $f_Y(0) = 0.4493$, $f_Y(10) = 0.1572$, $f_Y(20) = 0.3935$.
19. a) $F(x) = 0 \ (x < 0)$, $F(x) = x/5 \ (0 \le x < 1)$,
    $F(x) = 7/5 - 6/(5x) \ (1 \le x < 3)$, $F(x) = 1 \ (x \ge 3)$; b) 0.75.

20. a) 0.0625; b) 0.136.
21. a) $F_X(x)=0 \ (x<0)$, $F_X(x)=x^2/2 \ (0 \le x < 1)$, $F_X(x)=x/2 \ (1 \le x < 2)$, $F_X(x)=1 \ (x \ge 2)$;
    b) $f_Y(y)=(y+2)/16 \ (-2<y<2)$, $f_Y(y)=1/8 \ (2<y<6)$,
    c) $F_U(u)=0 \ (u<-1)$, $F_U(u)=0.125 \ (-1 \le u < 1)$, $F_U(u)=1 \ (u \ge 1)$; discreta.
22. b) 0.875; c) $F_Y(y)=0 \ (y<0)$, $F_Y(y)=(y^3+1)/2 \ (0 \le y < 1)$, $F_Y(y)=1 \ (y \ge 1)$.
23. a) $F(x)=0.5e^x \ (x<0)$, $F(x)=0.5+x^2/8 \ (0 \le x < 2)$, $F(x)=1 \ (x \ge 2)$; b) 0.25.
24. a) V; b) F; c) V; d) F; e) V; f) F.
25. a) 2.1, 2.09; b) – 5.3, 18.81; c) 1.3, 0.41.
26. a) 2, 2; b) 2.
27. 6, 6.5, 2.5495.
28. a) 0.0039; b) 0.
29. a) 1.0833, 0.2431; b) 2.3333, 3.8889; c) 1.3466, 0.75; d) 0.7071, 1.5.
30. a) F; b) V; c) V; d) F; e) F.
31. a) v.a. contínua ; $f_X(x)=-x/18 \ (-4<x<-2)$, $f_X(x)=(x-1)/6 \ (2<x<4)$, $f_X(x)=0$ outros valores ; b) 66.67% ; c) 1.0741, 2.7321.
32. a) 0.2811; b) 3.9579, 1.4144; c) – 6.1429, 9.8082.
33. a) -1, -1, 1/6; b) -4, 2/3; c) sim; d) 0.
34. a) 0.125; b) 0.5, 0.4200; c) assimétrica positiva.
35. a) $F(x)=0 \ (x<0)$, $F(x)=\dfrac{x}{2}-\dfrac{x^2}{16} \ (0 \le x < 4)$, $F(x)=1 \ (x \ge 4)$; b) 0.16 ; c) 11.3542; d) $F_Y(y)=0 \ (y<0)$, $F_Y(y)=7/16 \ (0 \le y < 15)$, $F_Y(y)=3/4 \ (15 \le y < 20)$; $F_Y(y)=\dfrac{y}{20}-\dfrac{y^2}{1600} \ (20 \le y < 40)$, $F_Y(y)=1 \ (y \ge 40)$; mista.
36. a) $F(x)=0 \ (x<0)$, $F(x)=\dfrac{9x^2-x^3}{100} \ (0 \le x < 5)$, $F(x)=1 \ (x \ge 5)$; b) 8% ; c) 138.
37. $F(x)=0 \ (x<1)$, $F(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{2} \ (1 \le x < 2)$, $F(x)=\dfrac{6x-x^2-7}{2} \ (2 \le x < 3)$, $F(x)=1 \ (x \ge 3)$; b) 0.25 ; c) 70.
38. a) 2.6667; b) 2.8571.
39. a) F; b) F; c) V; d) F; e) F; f) V.
40. 2, 0.8.
42. a) 3, 1; b) 10, 30.
43. 5, 20.
44. $M(s)=1/(1-3s)$ com $s<1/3$, 3, 9
46. $M_Y(s)=e^{-s\mu}M_X(s)$.
47. b) $M(s)=1/(1-s^2)$ com $-1<s<1$, 0, 2; c) 0; d) 0.
48. a) F; b) V; c) V; d) V; e) V; f) F.