Lisbon School of Economics & Management
Universidade de Lisboa

Estatística I

Licenciatura em Gestão
2.º Ano/1.º Semestre
2023/2024

Aulas Teóricas N.ºs 1 e 2 (Semana 1)

Docente: Elisabete Fernandes
E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt

https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao

https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/

Conteúdos Programáticos

Aulas Teóricas (Semanas 1 a 3)	Aulas Teóricas (Semanas 3 a 5)	Aulas Teóricas (Semanas 5 a 7)	Aulas Teóricas (Semanas 8 a 13)
• **Capítulo 2**: Probabilidades	• **Capítulo 3**: Variáveis Aleatórias Unidimensionais	• **Capítulo 4**: Variáveis Aleatórias Multidimensionais	• **Capítulo 5**: Distribuições Teóricas • **Capítulo 6**: Amostragem. Distribuições por Amostragem.

Material didático: Exercícios do Livro Murteira et al (2015), Formulário e Tabelas Estatísticas

Bibliografia: B. Murteira, C. Silva Ribeiro, J. Andrade e Silva, C. Pimenta e F. Pimenta; *Introdução à Estatística*, 2ª ed., Escolar Editora, 2015.

https://cas.iseg.ulisboa.pt

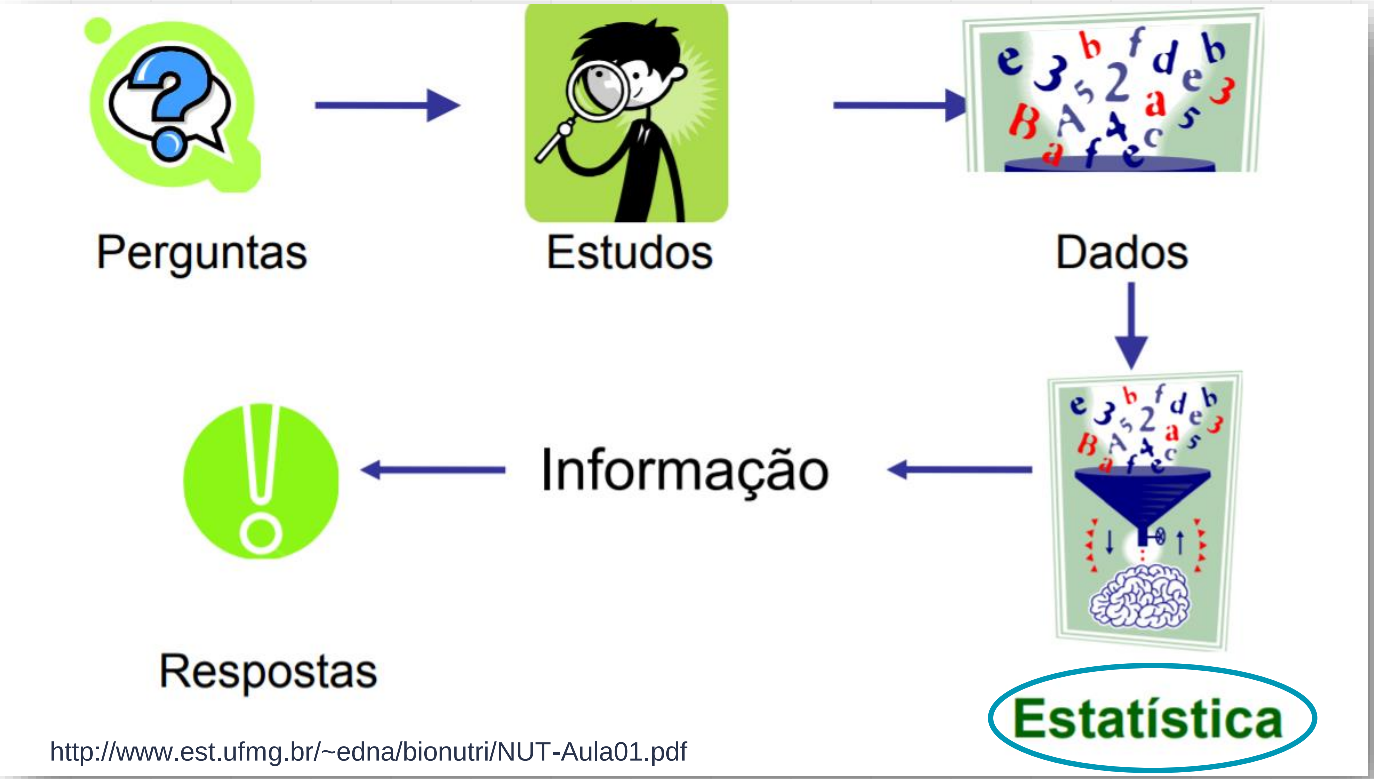
Aula 1	Apresentação da disciplína. **Início do capítulo 1:** Experiência aleatória, espaço de resultados, acontecimento. Realização de acontecimento. Álgebra de acontecimentos. Axiomática de Kolmogorov. Propriedades da probabilidade. Exemplo. Interpretações do conceito de probabilidade. Regras de contagem: arranjos, combinações e permutações. A regra fundamental da contagem.
Aula 2	Esquema hipergeométrico e esquema binomial de amostragem. Noção de probabilidade condicionada. Exemplo. Regra da multiplicação das probabilidades. Partição do espaço de resultados. Teorema da probabilidade total.

1

O Que é a Estatística?

“

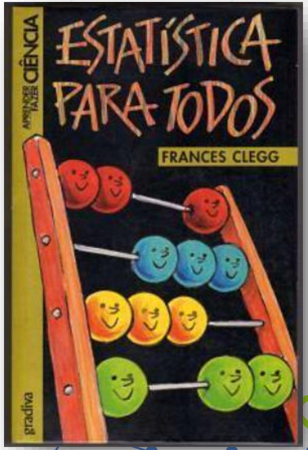
*A **Estatística** pode ser definida como um conjunto de métodos para Recolha, Análise e Interpretação de DADOS.*


Perguntas
Estudos
Dados
Estatística
Informação
Respostas
http://www.est.ufmg.br/~edna/bionutri/NUT-Aula01.pdf

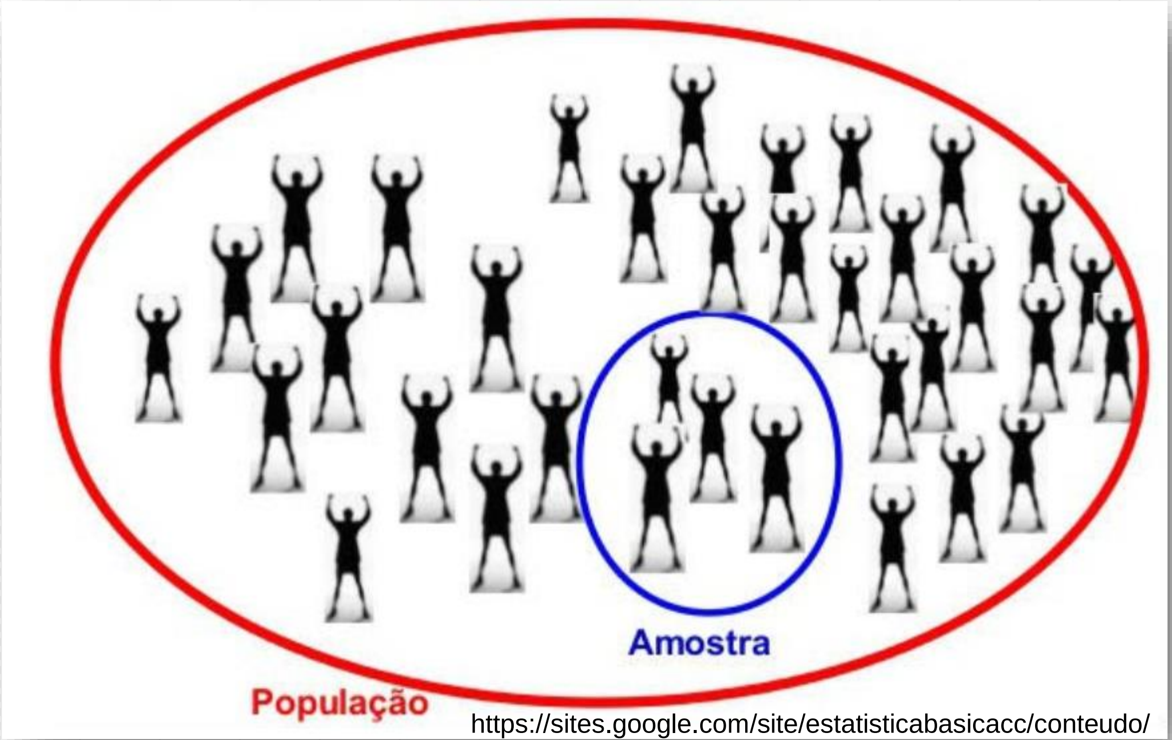
"

Os símbolos estatísticos são semelhantes aos símbolos usados em qualquer outro idioma. Para adquirir fluência num idioma necessitamos apenas de Tempo, Esforço e Prática.

A Estatística é para todos!



https://www.custojusto.pt

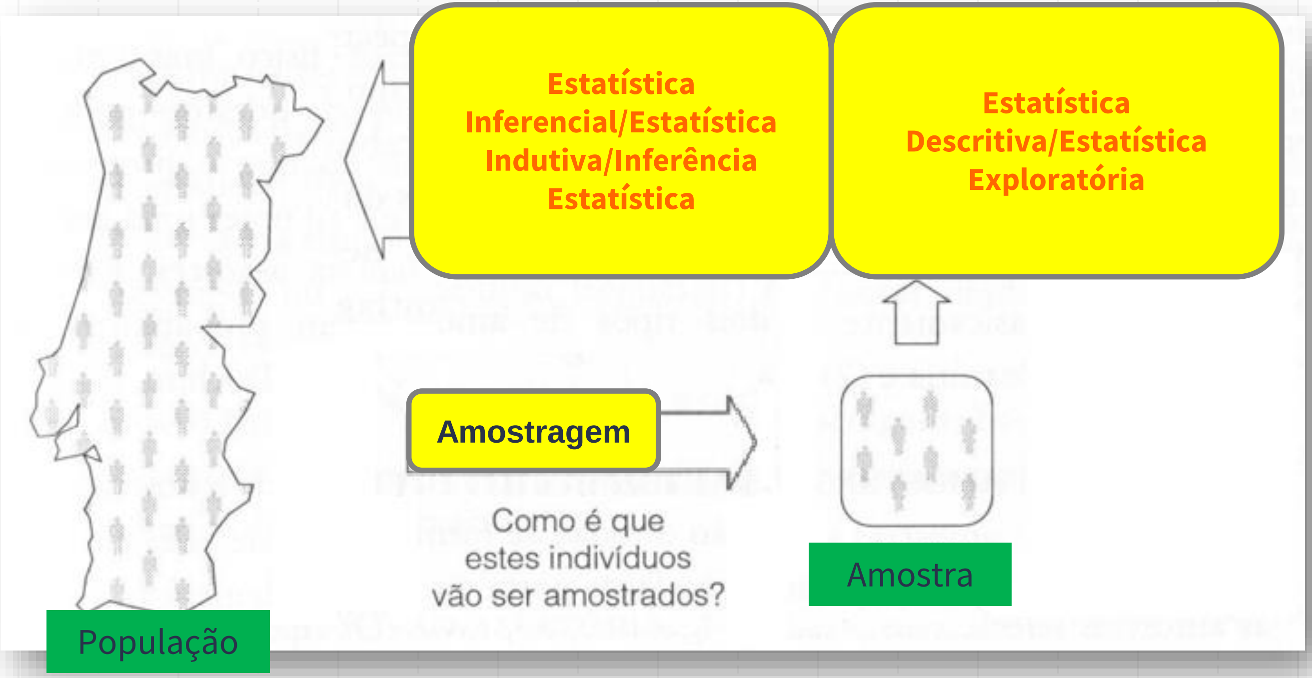


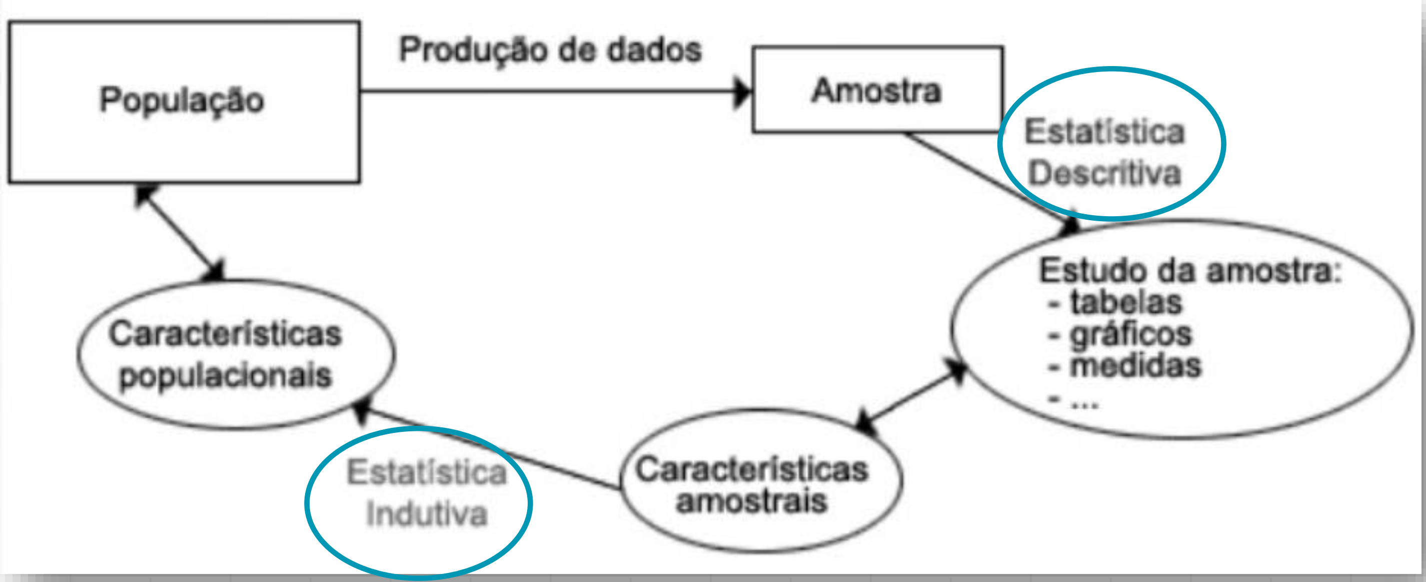
https://sites.google.com/site/estatisticabasicacc/conteudo/

- **POPULAÇÃO:**
  - é uma coleção completa de todos os elementos a serem estudados
- **AMOSTRA:**
  - é um subconjunto da população
- **CENSO:**
  - é uma coleção da dados relativos a todos os elementos de uma população:

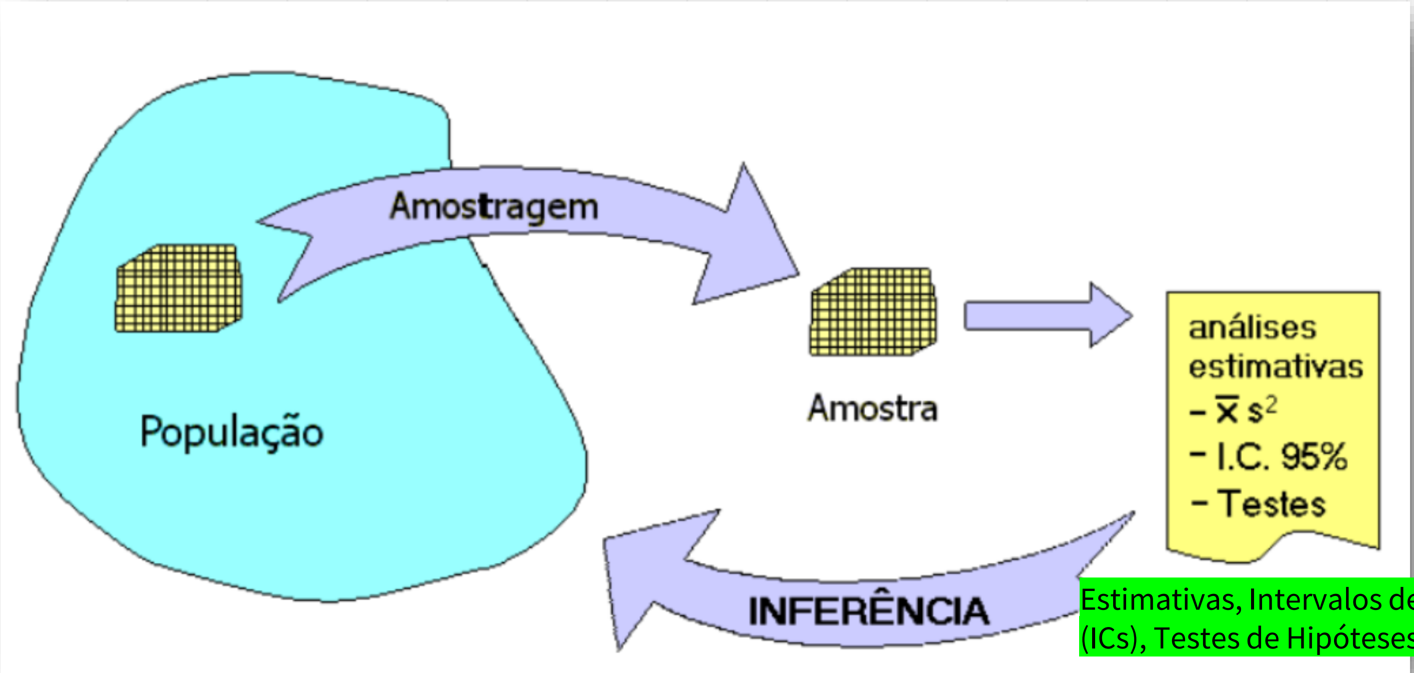
https://slideplayer.com.br/slide/2627398

Estatística Exploratória vs. Estatística Inferencial





https://umolharmatematico.weebly.com/descritivaindutiva.html



Estimativas, Intervalos de Confiança (ICs), Testes de Hipóteses...

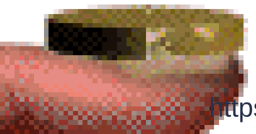
https://sites.google.com/site/estatisticabasicacc

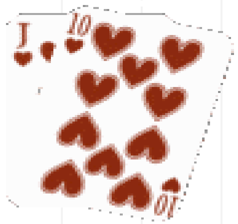
2

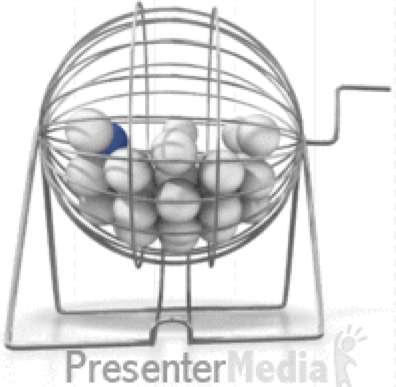
Experiência Aleatória, Espaço de Resultados e Acontecimentos

Experiência Aleatória

É toda a experiência que, mesmo repetida várias vezes, sob condições semelhantes, apresenta resultados imprevisíveis, dentro dos resultados possíveis.







https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Espaço de Resultados / Espaço Amostral / Universo

- É o conjunto de todos os resultados possíveis da experiência.

- Representa-se por S ou Ω.

Espaço de Resultados

Qual é o espaço de resultados do lançamento de uma moeda?

$$\Omega = \{\text{Cara, Coroa}\}$$

Qual é o espaço de resultados do lançamento de um dado?

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Acontecimento ou Evento

É todo subconjunto de um espaço de resultados Ω de uma experiência aleatória.

Acontecimento ou Evento

No lançamento de um dado, deseja-se que "saiam" valores menores que 4. Qual o evento desta experiência?

$$A = \{1, 2, 3\}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Tipos de Acontecimentos

– Certo;
– Impossível;
– Muito provável;
– Pouco provável;
– Elementar;
– Composto.

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Tipos de Acontecimentos

Obter um número menor que 7 no lançamento de um dado representa que tipo de evento?

E um resultado igual a zero?

E um resultado maior que 5?

Resumindo....
Experiência Aleatória, Espaço de Resultados e Acontecimentos

Experiência Aleatória ou casual caracteriza-se pela impossibilidade de prever o resultado que se obterá, apesar de todos os seus possíveis resultados serem conhecidos à partida.

Universo, espaço de resultados ou espaço amostral de uma experiência aleatória é o conjunto de todos os seus resultados possíveis, denotado por Ω.

Acontecimento de uma experiência aleatória E com universo Ω é um subconjunto de Ω.

Exemplo:

- Experiência E: Lançamento de um dado
- $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
- Acontecimentos elementares $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, …
- Acontecimentos compostos $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, …
- Acontecimento certo $A = \Omega$

Acontecimento impossível = { }

Espaço de acontecimentos $= \{ \{\}, \Omega, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{1,5\}, \{1,6\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{2,6\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{3,6\}, \{4,5\}, \{4,6\}, \{5,6\}, \{1,2,3\}, \ldots \}$

3

Conceitos Básicos de Probabilidade

Noção de Probabilidade, Probabilidade da União, Probabilidade da Interseção e Probabilidade da Diferença

É possível saber a chance/possibilidade de algo acontecer?

Imagem: Webmaster-chx / Creative Commons paternité – partage à l’identique 3.0 (non transposée)

Noção de Probabilidade

Sim, é possível medir a chance/possibilidade de algo acontecer. Essa medida é chamada de PROBABILIDADE!

PROBABILIDADE (proporção ou percentagem) mede a possibilidade de ocorrência de um evento ou acontecimento.

Definições de Probabilidade

Definição frequencista de probabilidade

- Probabilidade de um acontecimento *A* é o valor para que tende a frequência relativa desse acontecimento quando o número de repetições da experiência aleatória é elevado, e representa-se por

$$P(A) \sim \text{frequência(A)}$$

Definição clássica de probabilidade (Lei de Laplace)

- Probabilidade de um acontecimento *A* é igual ao quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Então, a probabilidade de *A* é dada por

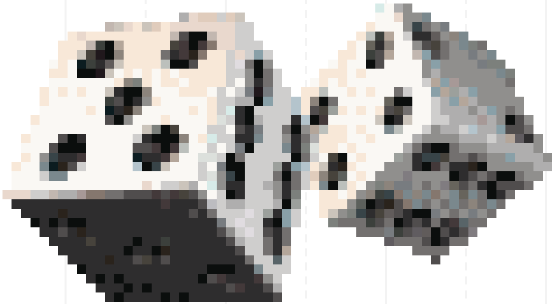
$$P(A) = \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ de casos favoráveis}}{\text{n}^{\text{o}} \text{ de casos possíveis}} = \frac{m}{n}$$

Nota: Aplica-se a definição clássica de probabilidade se os acontecimentos possíveis são equiprováveis, ou seja, ocorrem com a mesma probabilidade. Utiliza-se a definição frequencista de probabilidade caso os acontecimentos sejam equiprováveis ou não.

$P(A)$ é um número entre 0 e 1 ou 0% e 100%.

Tipos de Probabilidades

- Probabilidade simples;
- Probabilidade complementar;
- Probabilidade da união ou reunião;
- Probabilidade da interseção ou conjunta;
- Probabilidade da diferença;
- Probabilidade condicional.



Baseado em https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Simples: Exemplo

Exame com 15 questões com 4 alternativas. Qual é a probabilidade de um aluno acertar todas as questões ao acaso?

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Simples: Exemplo

É fácil acertar em 15 questões, ao acaso, no exame?

$$P(15) = \frac{1}{4^{15}} = 9{,}31323\text{E}{-}10$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Complementar

– Probabilidade de um determinado evento A **não** ocorrer.

– Denota-se por P^c , $P(Ac)$ ou $P(\bar{A})$

– $A^c = \Omega - A$.

Probabilidade da diferença

– $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Complementar: Exemplo

No lançamento simultâneo de dois dados, qual é a probabilidade de não sair a soma 4?

$$\begin{aligned} P(\text{não sair a soma } 4) &= 1 - P(\text{sair a soma } 4) \\ &= 1 - 3/(6\times 6) = 11/12 \\ &= 0{,}92 = 92\% \end{aligned}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Axiomática de Probabilidade

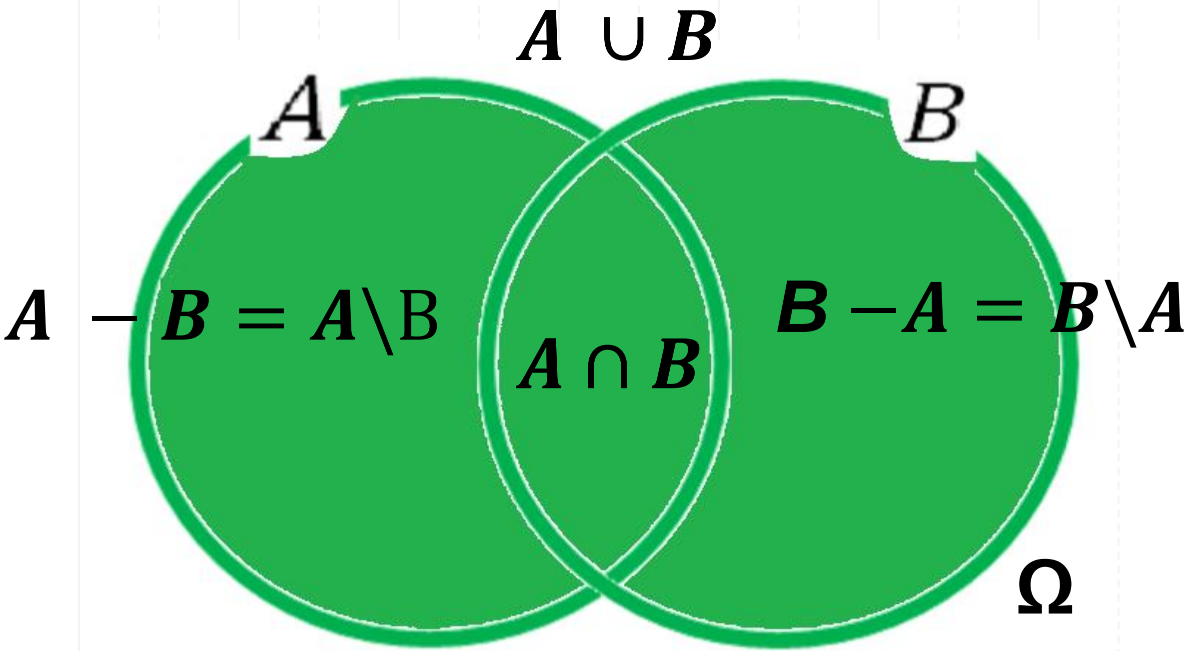
- $0 \leq P(A) \leq 1, \ \forall A \in$ Espaço dos acontecimentos
- $P(\Omega) = 1$
- $P(\{\}) = 0$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ e $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- Se $A \subseteq B$ (Se a realização do acontecimento B implica a realização do acontecimento A), então $P(A) \leq P(B)$

Probabilidade da diferença: P(A-B) = P(A/B) e P(B-A) = P(B/A)

- $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

Nota: A abordagem frequencista e a definição clássica de probabilidade respeitam esta axiomática (axiomática de Kolmogorov - caso finito).

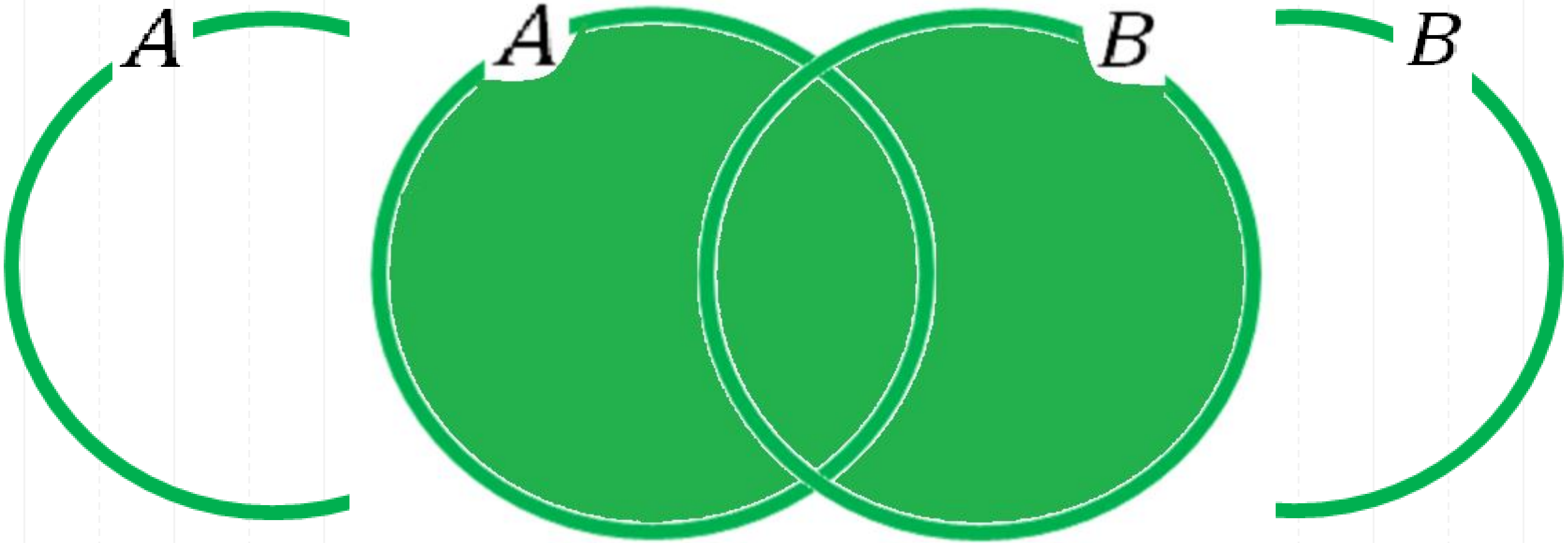
Diagrama de Venn



Baseado em https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade da União/Reunião

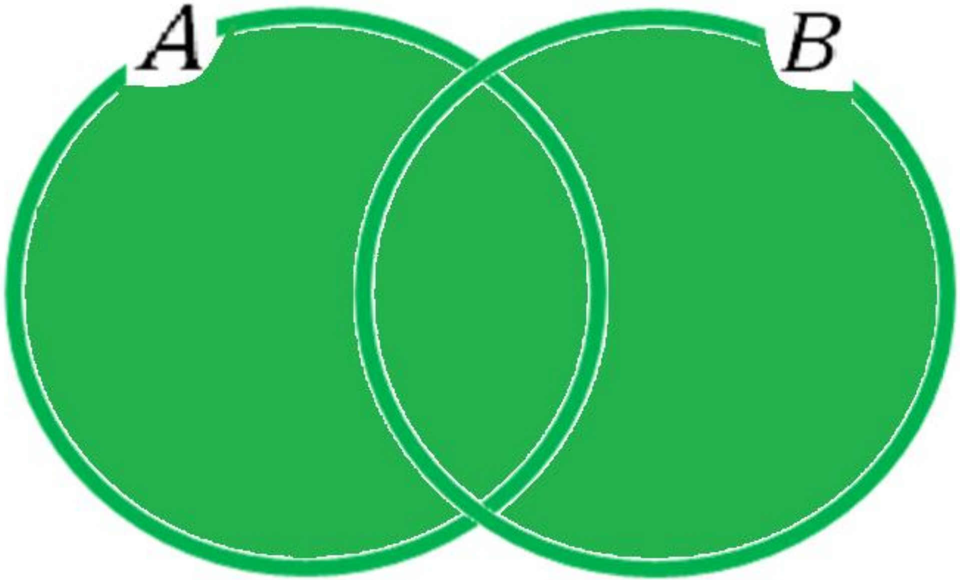
$$A \cup B$$



https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade da União/Reunião

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade da União: Exemplo

Numa comunidade de 1000 habitantes, 400 são sócios do clube *A*, 300 do clube *B* e 200 de ambos. Qual é a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ser sócia de *A* ou de *B*?

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = \mathrm{P(A)} + \mathrm{P(B)} - \mathrm{P}(A \cap B)}$$
$$\boldsymbol{= (400+300\text{-}200)/1000 = 0{,}5 \ = 50\%}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Axiomática de Probabilidade

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \ \forall A, B \in$ Espaço dos acontecimentos (Probabilidade da reunião de acontecimentos)

    - Sejam A e B dois acontecimentos mutuamente exclusivos ou incompatíveis, definidos em Ω, ou seja, $A \cap B = \varnothing$, então tem-se $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$,
    caso contrário $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

    Escrito de outra forma: $A \cap B = \varnothing \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, $A, B \in$ Espaço dos acontecimentos

Os **acontecimentos disjuntos**, mutuamente exclusivos ou incompatíveis não têm elementos comuns.

- Regra de Inclusão-exclusão:
$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$

Nota: A abordagem frequencista e a definição clássica de probabilidade respeitam esta axiomática (axiomática de Kolmogorov - caso finito).

Probabilidade da Interseção: Independência

Quando os resultados do evento A não interferirem e nem influenciaram os resultados do evento B.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade da Interseção: Independência

Definição 1.6 (Acontecimentos independentes). $A, B \subset \Omega$ *dizem-se independentes sse*

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

Propriedades Se $A, B \subset \Omega$ independentes, então

1. $\bar{A}, B$ são independentes,
2. $A, \bar{B}$ são independentes,
3. $\bar{A}, \bar{B}$ são independentes.

Acontecimentos independentes

Definição 2.9: Diz-se que dois acontecimentos A e B de um mesmo espaço de resultados Ω são *independentes* se

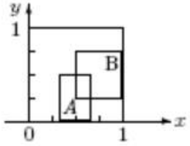
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

- Todo o acontecimento A é independente de $\emptyset$ e Ω.
- Se A e B são acontecimentos independentes, $P(A|B) = P(A)$ se $P(B) > 0$ e $P(B|A) = P(B)$ se $P(A) > 0$.
- Se A e B são acontecimentos independentes, também o são $\bar{A}$ e B, A e $\bar{B}$ e $\bar{A}$ e $\bar{B}$.
- Acontecimentos A e B são condicionalmente independentes ao acontecimento C, $P(C) > 0$, se $P(A \cap B|C) = P(A|C)P(B|C)$.
- Os acontecimentos A, B e C são completamente independentes, se $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, $P(A \cap C) = P(A)P(C)$, $P(B \cap C) = P(B)P(C)$ e $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$.

  Nota: Independência 2 a 2 $\not\Rightarrow$ independência completa dos 3.
- Generalização: Os acontecimentos $A_1, \ldots, A_n$ dizem-se independentes se para todo o $k=2,\ldots,n$ e todo o subconjunto $\{A_{i_j}, j=1,\ldots,k\}$ de k desses acontecimentos, $P(\cap_{j=1}^{k} A_{i_j}) = \prod_{j=1}^{k} P(A_{i_j})$.

  Nota: O número de relações é dado por $2^n - (n+1)$.

Exemplo 2.9: Considere o espaço de resultados Ω como o quadrado de vértices (0,0), (0,1), (1,0) e (1,1). Suponha que a probabilidade de uma região (acontecimento) contida em Ω seja a área desta região. Os acontecimentos $A = \{(x,y) : 1/3 \leq x \leq 2/3, 0 \leq y \leq 1/2\}$ e $B = \{(x,y) : 1/2 \leq x \leq 1, 1/4 \leq y \leq 3/4\}$ são independentes?



$P(A) = 1/6$, $P(B) = 1/4$

$P(A \cap B) = 1/24 = P(A) \times P(B)$

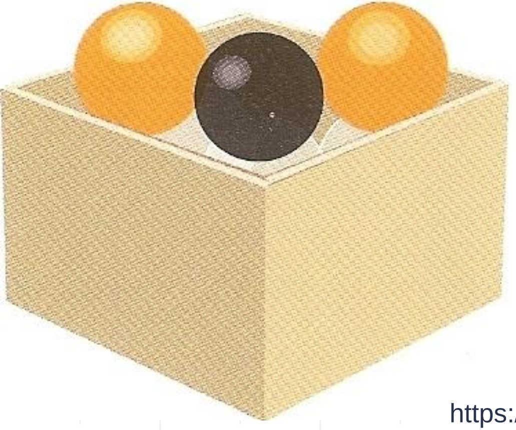
$\therefore$ A e B são independentes.

Probabilidade da Interseção: Exemplo 1

Numa caixa há 4 bolas pretas e 6 bolas vermelhas. Qual é a probabilidade de tirarmos uma bola preta e uma vermelha, com reposição?

4 6

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} = 0,24$$



https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade de Interseção: Exemplo 2

A probabilidade do Paulo Adriano “tirar” dez na prova de Matemática é 1/3 e a probabilidade do Paulo Lucas “tirar” dez na mesma prova é 2/3. Qual é a probabilidade de ambos terem nota dez nesta prova?

$$P(ambos\ os\ alunos\ têm\ nota\ 10) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Exercício Suplementar que não consta do livro Murteira et al (2015)

2.2 Sejam A e B acontecimentos tais que $P(A)+P(B)=x$ e $P(A\cap B)=y$. Determine em função de x e de y a probabilidade de:

(a) Não se realizar nenhum dos dois acontecimentos.

(b) Que se realize um e um só dos dois acontecimentos.

(c) Que se realize pelo menos um dos dois acontecimentos.

(d) Que se realize quanto muito um único acontecimento.

Exercício 2.2 (a): Leis de Morgan e Probabilidade de União

- **Eventos chave**

$$A, B \quad : \quad P(A) + P(B) = x$$

$$P(A \cap B) = y$$

$$\mathrm{P}(\bar{A}) \cup \mathrm{P}(\bar{B}) = \mathrm{P}(\overline{A \cap B})$$

$$\mathrm{P}(\bar{A}) \cap \mathrm{P}(\bar{B}) = \mathrm{P}(\overline{A \cup B})$$

- **Evento**

$C =$ não se realize nenhum dos dois eventos

$= \overline{A} \cap \overline{B}$ [não se realize A e não se realize B]

$= \overline{A \cup B}$ [leis de De Morgan]

Leis de Morgan

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$$

$$\boxed{\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}}$$

- **Probabilidade pedida**

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$$

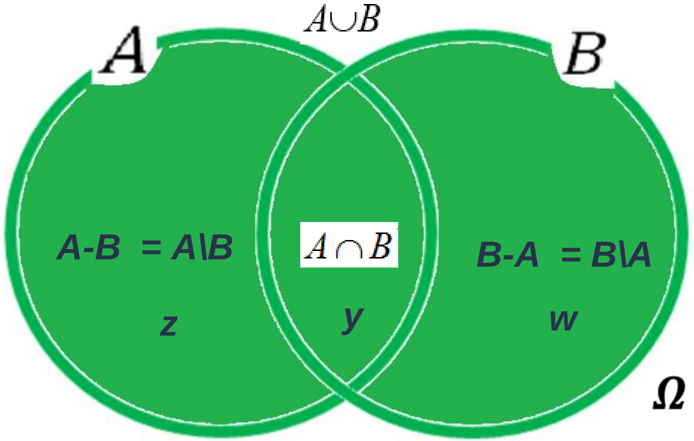
$P(C) = P\left(\overline{A \cup B}\right)$

$= 1 - P(A \cup B)$ [consequência elementar axiomas]

$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$ [consequência elementar axiomas: regra de adição]

$= 1 - (x - y)$

Exercício 2.2 (a): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
P(A) + P(B) = x
P(A ∩ B) = y

$P(A) = z+y$

$P(B) = y+w$

$x = z+2y+w$

P(A U B) = P(A) + P(B) – P(A∩B) = $z+y+y+w - y = x - y$

P("não se realizar nenhum dos dois acontecimentos") = 1 - P("de se realizar pelo menos um dos dois acontecimentos") = 1 - P(A U B) = 1 - $(x-y)$

Exercício 2.2 (b): Probabilidade da Diferença

- **Evento**

$$D = \text{um e um só dos dois eventos}$$
$$= (A\setminus B) \cup (B\setminus A) \qquad \text{[só se realize A ou só se realize B]}$$

Como A\B e B\A são eventos disjuntos, tem-se P(A\B U B\A) = P(A\B) + P(B\A)

- **Probabilidade pedida**

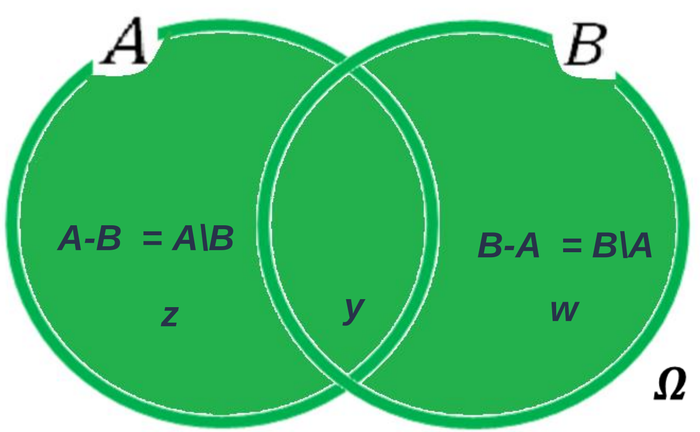
$$P(A\setminus B) = P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)$$

$$P(D) = P[(A\setminus B) \cup (B\setminus A)]$$
$$= P(A\setminus B) + P(B\setminus A) \qquad \text{[eventos disjuntos, f. probabilidade, axioma 3]}$$
$$= [P(A) - P(A\cap B)] + [P(B) - P(A\cap B)] \qquad \text{[consequência elementar axiomas]}$$
$$= [P(A) + P(B)] - 2P(A\cap B)$$
$$= x - 2y$$

$$P(B\setminus A) = P(B-A) = P(B) - P(B\cap A)$$

$$P(A\cap B) = P(B\cap A)$$

Exercício 2.2 (b): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
P(A) + P(B) = x
P(A ∩ B) = y

$x = z+2y+w$

P("de acontecer apenas um dos dois acontecimentos")
$= z + w = x - 2y$

Exercício 2.2 (c): Probabilidade de União

- **Evento**

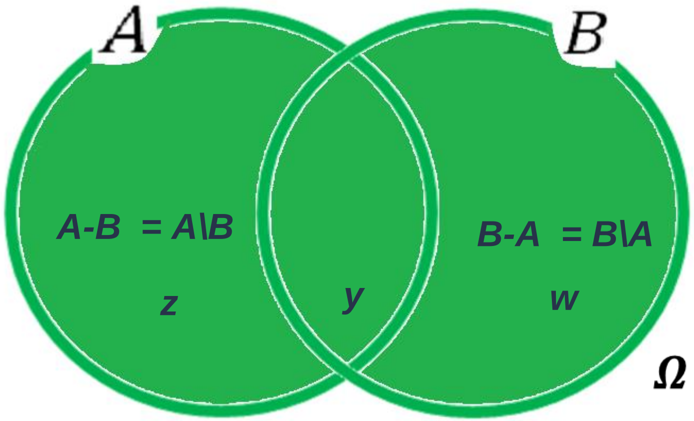
$$E = \text{pelo menos um dos dois eventos}$$
$$= A \cup B$$

- **Probabilidade pedida**

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$$

$$P(E) = P(A \cup B)$$
$$= [P(A) + P(B)] - P(A \cap B) \qquad \text{[consequência elementar axiomas: regra de adição]}$$
$$= x - y$$

Exercício 2.2 (c): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
P(A) + P(B) = x
P(A ∩ B) = y

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

P("de acontecer pelo menos um dos dois acontecimentos") = x – y

Alínea (a)

Exercício 2.2 (d): Probabilidade Complementar

- **Evento**

$F =$ quanto muito um único evento.

$= \overline{A \cup B} \cup (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$ [nenhum evento ou somente o evento A ou somente o evento B]

$F = \overline{A \cap B}$

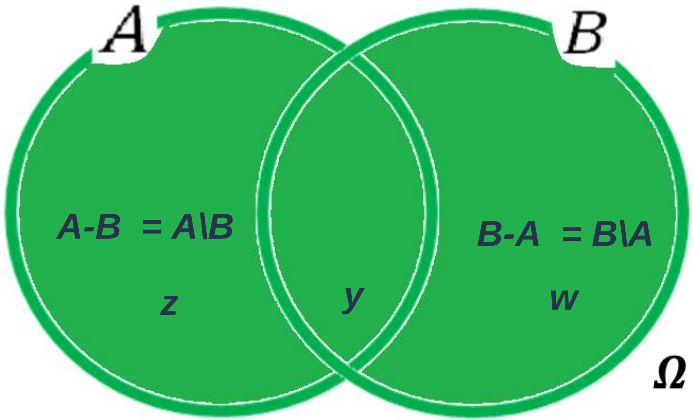
- **Probabilidade pedida**

$$P(F) = P\left(\overline{A \cap B}\right)$$

$$= 1 - P(A \cap B)$$ [consequência elementar axiomas]

$$= 1 - y$$

Exercício 2.2 (d): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
P(A) + P(B) = *x*
P(A ∩ B) = *y*

P(A U B) = P(A) + P(B) – P(A∩B) = z+y+w = *x* - *y*

P("que se realize quanto muito um acontecimento") = P("não se realizar nenhum dos dois acontecimentos") + P("de se realizar apenas um dos dois acontecimentos") = 1-(x-y) + (x - 2y) = 1 - *y*

Alínea (a)

Alínea (b)

Exercício Suplementar que não consta do livro Murteira et al (2015)

2.5 Num lançamento de um dado viciado, a probabilidade de ocorrer cada número ímpar é o dobro da probabilidade de ocorrer cada número par.

(a) Indique qual o espaço de resultados e calcule a probabilidade de cada acontecimento elementar.

(b) Calcule a probabilidade de que o número de pontos obtido no lançamento do dado seja superior a 3.

(c) Calcule a probabilidade de que o número de pontos obtido no lançamento do dado seja um quadrado perfeito.

Exercício 2.5 (a): Espaço de Resultados e Acontecimentos Elementares

- **Espaço de resultados**

  $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ (dado com 6 faces)

Acontecimentos elementares: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

- **Prob. eventos elementares**

  Seja $P(i)$ a prob. de ocorrência do evento elementar $\{i\}$, $i = 1, \ldots, 6$.

  É sabido que:

$$P(1) = P(3) = P(5) = p$$

$$P(2) = P(4) = P(6) = \frac{p}{2}$$

[prob. ocorrer cada no. ímpar é o dobro da de ocorrer no. par...]

Mais,

$$P(\Omega) = 1 \qquad \text{(F. probabilidade, axioma 1]}$$

$$P(\{1,2,3,4,5,6\}) = 1$$

$$[P(1) + P(3) + P(5)] + [P(2) + P(4) + P(6)] = 1 \qquad \text{[eventos disjuntos, ...]}$$

$$3 \times p + 3 \times \frac{p}{2} = 1$$

$$\frac{9p}{2} = 1$$

$$p = \frac{2}{9}.$$

Deste modo,

$$P(i) = \begin{cases} \frac{2}{9}, & i = 1,3,5 \\ \frac{1}{9}, & i = 2,4,6. \end{cases}$$

Resolução Alternativa:

P({2}) = P({4}) = P({6}) = p

P ({1}) = P({3}) = P({5}) = 2p

P({1}) + P({2}) + P({3}) +P({4}) + P({5}) + P({6}) = 1 ⇔

⇔ 2p+p+2p+p+2p+p = 9p =1 ⇔ p = 1/9

Logo, tem-se

P({2}) = P({4}) = P({6}) = p

P ({1}) = P ({3}) = P ({5}) = 2p

Exercício 2.5 (b): Acontecimentos Compostos

- **Evento**

  A = no. de pontos no lançamento é superior a 3

- **Prob. pedida**

P({4} U{5} U{6}} = P({4})+P({5})+P({6})

$$\begin{aligned} P(A) &= P(\{4,5,6\}) \\ &= P(4) + P(5) + P(6) & \text{[eventos disjuntos, ...]} \\ &= \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{4}{9}. \end{aligned}$$

Exercício 2.5 (c): Acontecimentos Compostos

- **Evento**

  B = no. de pontos no lançamento é um quadrado perfeito

- **Prob. pedida**

$$
\begin{aligned}
P(B) &= P(\{1,4\}) \\
&= P(1) + P(4) \qquad \text{[eventos disjuntos, ...]} \\
&= \frac{2}{9} + \frac{1}{9} \\
&= \frac{1}{3}.
\end{aligned}
$$

$P(\{1\} \cup \{4\}) = P(\{1\}) + P(\{4\})$

Nota: Quadrado perfeito: A raiz quadrada desse número é um número inteiro. Por exemplo, 2, 4, 9, 16, 25… ($1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$ …)

Obrigada!

Questões?