Estatística II

Licenciatura em Gestão

2.º Ano/1.º Semestre

2023/2024

Aulas Teóricas N.ºs 12 e 13 (Semana 7)

Docente: Elisabete Fernandes
E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt

https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao

https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/

Conteúdos Programáticos

Aulas Teóricas (Semanas 1 a 5)	Aulas Teóricas (Semanas 5 a 7)	Aulas Teóricas (Semanas 7 a 9)	Aulas Teóricas (Semanas 10 a 13)
• **Capítulo 1**: Estimação	• **Capítulo 2**: Testes de Hipóteses	• **Capítulo 3**: Modelo de Regressão Linear	• **Capítulo 4**: Complementos ao Modelo de Regressão Linear

Material didático: Exercícios do Livro Murteira et al (2015), Formulário e Tabelas Estatísticas

Bibliografia: B. Murteira, C. Silva Ribeiro, J. Andrade e Silva, C. Pimenta e F. Pimenta; *Introdução à Estatística*, 2ª ed., Escolar Editora, 2015.

6ª semana (24/10 e 26/10)

T10 - Teste de hipóteses

Hipótese simples contra hipótese composta unilateral. Testes UMP. Exemplo. Teste de hipótese simples contra hipótese composta bilateral. Exemplo.

T11 - Teste de hipóteses

Valor-p. Exemplos. Testes em universos normais: média e variância. Exemplos. Teste para 2 populações: igualdade de médias e quociente de variâncias. Exemplos.

7ª semana (31/10 a 02/11)

T12 - Teste de hipóteses

Testes em universos normais com amostras emparelhadas. Exemplo. Teste de hipóteses para grandes amostras. Aplicação ao universo de Bernoulli (média e diferença de médias). Exemplos.

T13 - Modelo de regressão linear

Introdução; modelo linear e linearizável; exemplos; Hipóteses básicas; estimação dos coeficientes da regressão pelos Mínimos Quadrados. Exemplo.

Testes de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

1

Hipóteses compostas, Estatística de Teste e Decisão

8.4 Da produção diária de determinado fertilizante tiraram-se seis pequenas porções que se analisaram para calcular a percentagem de nitrogénio. Os resultados foram os seguintes:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
6.2	5.7	5.8	5.8	6.1	5.9

$\bar{x} = 5.917$

Sabe-se, por experiência, que o processo de análise fornece valores com distribuição que se pode considerar normal com $\sigma^2 = 0.25$.

(a) Suportam as observações a garantia de que a percentagem esperada de nitrogénio, μ, é igual a 6% ao nível de significância de 10%?

(b) Responda à alínea anterior usando o valor-p.

Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Passo 0 [descrição da situação]

X = % de nitrogénio num fertilizante $\sim \mathcal{N}(\mu, 0.25)$
(população normal, de valor esperado desconhecido
e de variância conhecida)
amostra de dimensão 6; $\bar{x} = 5.917$

Não esquecer: $\bar{X}$ não é a mesma coisa que $E[X]$
S^2 " " " " $Var(X)$

$E(X) = \mu$
$Var(X) = \sigma^2$

Slides Professora Claúdia Nunes

Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Hipóteses:

Passo 1 : indicar quais as hipóteses que vamos testar e qual a significância

[nula] $H_0: \mu = 6$ [lê-se: vamos testar a hipótese H_0 i.e, se $\mu = 6$]

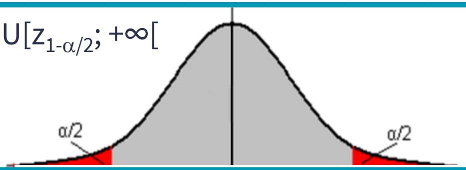
[alternativa] $H_1: \mu \neq 6$ [lê-se: em alternativa, vamos decidir se $\mu \neq 6$]

Tipos de Testes de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Um **teste de hipóteses paramétrico** para o parâmetro μ (valor médio ou média populacional) pode ser:

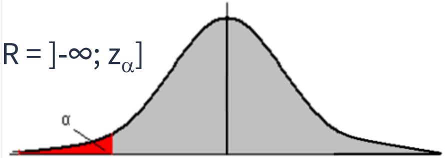
Teste

- Bilateral
  - $H_0: \mu = \mu_0$
  - $H_1: \mu \neq \mu_0$
  - $RR =]-\infty; -z_{1-\alpha/2}] \cup [z_{1-\alpha/2}; +\infty[$



- Unilateral
  - à direita
    - $H_0: \mu \leq \mu_0$
    - $H_1: \mu > \mu_0$
    - $RR = [z_{1-\alpha}; +\infty[$

  - à esquerda
    - $H_0: \mu \geq \mu_0$
    - $H_1: \mu < \mu_0$
    - $RR =]-\infty; z_{\alpha}]$



onde μ_0 é o valor numérico específico considerado em H_0 e H_1.

Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Estatística de Teste:

Passo 2: Escolha da v. fulcral e consequente estatística de teste.

Regras para escolha da v. fulcral no cap. 7:

I.C. p/ μ, σ conhecido, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$	I.C. p/ μ, σ desconhecido, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$	idem, n grande	
$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$ ①	$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \overset{a}{\sim} N(0,1)$	$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$
$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$ ②		$\sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i} \overset{a}{\sim} \chi^2_{(k-m-1)}$	

$= \left(\frac{1}{n-1}\sum x_i^2\right) - \left(\frac{n}{n-1}\bar{x}^2\right)$

I.C. p/ σ, com μ desconhecido $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

IC para μ: Formulário

- **POPULAÇÕES NORMAIS**

Média	$\boxed{\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)}$	$\dfrac{\bar{X}-\mu}{S'/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$
Diferença de médias	$\dfrac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{m}+\dfrac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$ $T=\dfrac{\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}}}}{\sqrt{\dfrac{(m-1)S_1'^2+(n-1)S_2'^2}{m+n-2}}} \sim t(m+n-2)$	$Z=\dfrac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1'^2}{m}+\dfrac{S_2'^2}{n}}} \overset{a}{\sim} t(\nu)$ onde ν é o maior inteiro contido em r, $r=\dfrac{\left(\dfrac{s_1'^2}{m}+\dfrac{s_2'^2}{n}\right)^2}{\dfrac{1}{m-1}\left(\dfrac{s_1'^2}{m}\right)^2+\dfrac{1}{n-1}\left(\dfrac{s_2'^2}{n}\right)^2}$
Variância	$\dfrac{nS^2}{\sigma^2}=\dfrac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$	
Relação de variâncias	$\dfrac{S_1'^2}{S_2'^2}\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \sim F(m-1,n-1)$	

Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Estatística de Teste:

No presente exemplo, estamos a construir um teste de hipóteses para o valor esperado de uma população normal de variância conhecida.

$$V.F. = Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$Est.\ Teste = Z_0 = \frac{\bar{X} - 6}{\sigma/\sqrt{n}} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$$

(i.e, a estatística de teste é a variável fulcral,

Slides Professora Claúdia Nunes

Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Estatística de Teste:

depois de substituído o parâmetro em teste pelo valor que consta em H_0)

$H_0: \mu = 6$

valor observado: $z_0 = \dfrac{5.917 - 6}{\sqrt{0.25}/\sqrt{6}} = -0.41$ $\cancel{\sim N(0,1)}$

n (dimensão da amostra)

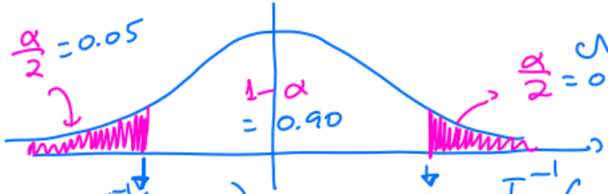
[Passo 2: dist. de X + H_0 + saber quais os parâmetros conhecidos]

Slides Professora Claúdia Nunes

Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Decisão (pela região de rejeição):

Passo 3: Construção da Região de Rejeição



$-1.65 = a = \Phi^{-1}(0.05)$ $\quad$ $b = \Phi^{-1}(0.95) = 1.65$

α = soma das áreas a rosa

[Passo 3 = distribuição da v. fulcral + α + forma do H_1]

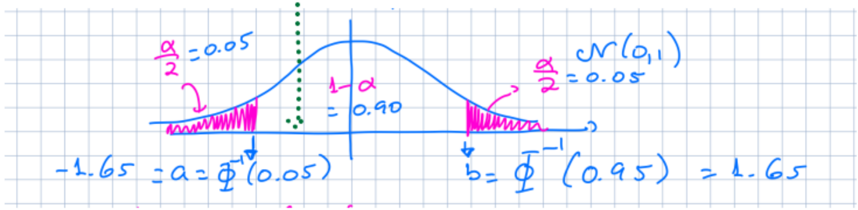
Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Decisão (pela região de rejeição):

Passo 4: Decisão sobre aceitação ou rejeição de H_0

$z_0 = -0.41$

Região de rejeição RR =]-∞; -1,65] U [1,65; +∞[



Decisão pela região de rejeição:
Não se rejeita H_0 para α = 10%, pois -1,65 < -0,41 < 1,65. Não existe evidência estatística para afirmar que o valor médio é diferente de 6 para α = 10%.

[Mariana: está bonita a aula de hoje?]
aguardo resposta!

então, como $-1.65 < z_0 < 1.65$, significa que para 10% = 5% não há evidências estatísticas para rejeitar H_0

[Passo 4 = Região rejeição + t_0]

a) Sim (-1.645 < -0.408 < 1.645) **b)** Valor-p = 0.6818 > 0.1

Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Realidade	decisão: Aceitar H_0	Rejeitar H_0
H_0 V	O.K.	ERRO Tipo 1
H_0 F	ERRO Tipo 2	O.K.

α = P(erro tipo 1) = P(Rejeitar H_0 | H_0 é verdadeira)
(nível de significância)

(por diversas razões, damos mais relevância ao erro tipo 1)

No exemplo: $\alpha = 0.10$

[Passo 1 = H_0 + H_1 + α]

Slides Professora Claúdia Nunes

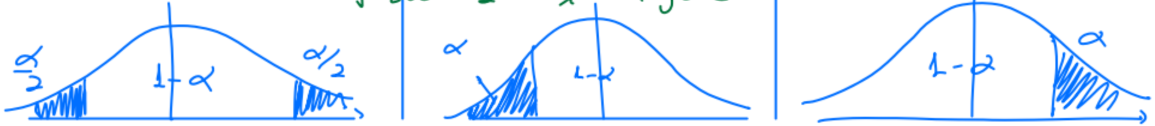
Exercício 8.4 (a): Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Conhecida)

Comentário: $\boxed{\text{A forma da } H_1 \text{ é essencial no passo 3}}$

$H_0: \mu = 6$ $H_1: \mu \neq 6$	$H_0: \mu = 6$ $H_1: \mu < 6$	$H_0: \mu = 6$ $H_1: \mu > 6$

Passo 0 é ± igual

Passo 2 é igual



$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

α é a área da zona de rejeição!

Exercício 8.4 (a): Teste t para o Valor Médio (σ^2 Conhecida)

Nota: A variável média amostral tem distribuição normal, logo este teste de hipóteses é válido.

Teste Bilateral

Hipóteses

H_0: $\mu = 6$ *versus* H_1: $\mu \neq 6$

Dados:

N = 6

Média amostral = 5,917

$\sigma^2 = 0,25$

$\mu_0 = 6$

$\alpha = 0,10$

$z_{1-\alpha/2} = z_{0,95} = 1,645$

Estatística de Teste

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Valor Observado da Estatística de Teste (VOE)

$z_0 = -0,41$

Regra: $z_0 \in RR \Rightarrow$ Rejeita-se H_0

Decisão

Pela região de rejeição: $z_0 = -0,41$ não pertence à região de rejeição RR =]-∞; -1,645] U [1,645; +∞[

Pelo valor-p: Valor-p = 0,6818 > 0,10 (ver slide a seguir)

Regra: Valor-p < $\alpha \Rightarrow$ Rejeita-se H_0

Não se rejeita-se H_0 para α = 10%. Não existe evidência estatística para afirmar que a percentagem esperada de nitrogénio é diferente de 6% para α = 10%.

$RR =]-\infty; -z_{1-\alpha/2}] \cup [z_{1-\alpha/2}; +\infty[$

?

Cálculo do Quantil da Distribuição Normal de Probabilidade 1-α/2

Nível de significância (α=0,1)

Nível de confiança (1-α=0,90)

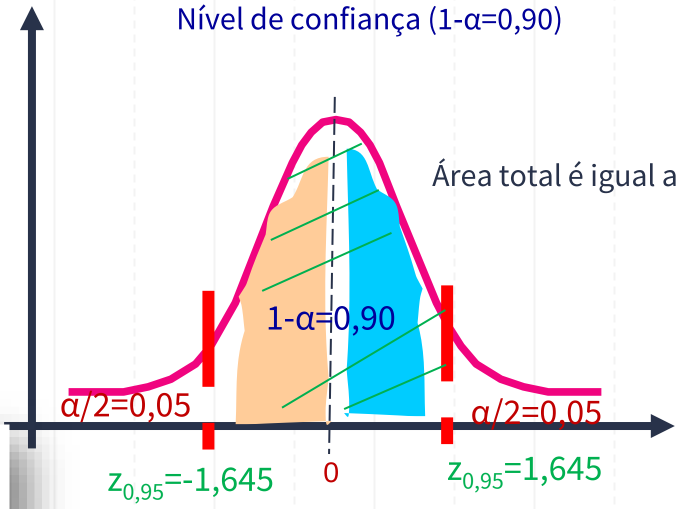


TABELA 5 – DISTRIBUIÇÃO NORMAL: $\Phi^{-1}(z)$

ε	.0005	.0010	.0050	.0100	.0200	.0250	.0500	.1000	.2000	.3000	.4000
z_ε	3.290	3.090	2.576	2.326	2.054	1.960	1.645	1.282	.842	.524	.253
$z_{\varepsilon/2}$	3.481	3.290	2.807	2.576	2.326	2.241	1.960	1.645	1.282	1.036	.842

$z_\varepsilon : P(Z > z_\varepsilon) = \varepsilon; \quad z_{\varepsilon/2} : P(|Z| > z_{\varepsilon/2}) = \varepsilon.$

O nível de significância é igual a $\alpha = 0{,}10$, então tem-se $z_{1-\alpha/2} = z_{0,95} = 1{,}645$

Teste bilateral: valor-p = $P(Z \leq -z_0 \text{ ou } Z \geq z_0) = P(Z \leq -z_0) + P(Z \geq z_0) = 2 \times P(Z \geq |z_0|)$

Exercício 8.4 (b): Valor-p quando a Estatística de Teste tem Distribuição Normal Padrão

Decisão (pelo p-value):

valor-p = $P(Z \leq -0{,}41 \text{ ou } Z \geq 0{,}41)$
= $2 \times P(Z \geq 0{,}41) = 2 \times [1 - P(Z < 0{,}41)]$

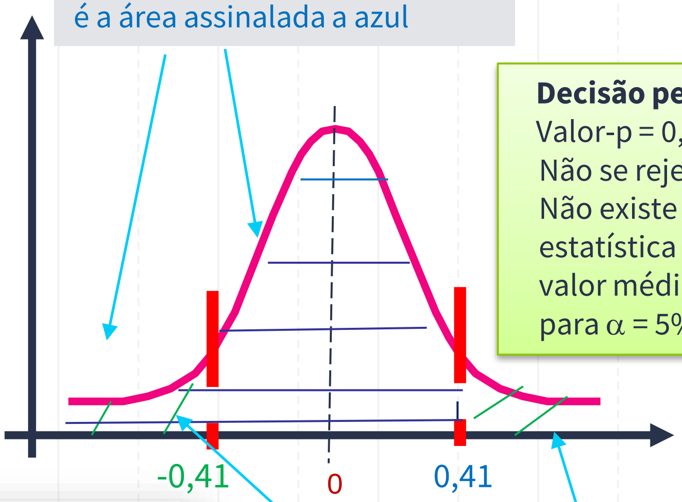
A tabela geral só permite obter probabilidades de quantis positivos e do tipo $P(Z \leq z)$.

Então, tem-se
$P(Z \leq 0{,}41) = 0{,}6591$, logo

valor-p = $2 \times [1 - P(Z \leq 0{,}41)] \sim 2 \times [1 - 0{,}6591] = 0{,}6818$

Área total é igual a 1

$P(Z \leq 0{,}41) = 0{,}6591$
é a área assinalada a azul



Decisão pelo valor-p:
Valor-p = 0,6818 > 0,10
Não se rejeita H_0 para α = 10%.
Não existe evidência estatística para afirmar que o valor médio é diferente de 6 para α = 5%.

$P(Z \leq -0{,}41) = 1 - P(Z \leq 0{,}41) = P(Z \geq 0{,}41) = 0{,}3409$
é a área assinalada a verde

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879

a) Sim (-1.645 < -0.408 < 1.645) **b)** Valor-p = 0.6818 > 0.1

Testes de Hipóteses para μ (σ^2 Desconhecida)

2

Hipóteses Compostas, Estatística de Teste e Decisão

8.6 Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de valor esperado μ e desvio padrão σ. A partir de uma amostra de dimensão 30 dessa variável obtiveram-se os seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 64.0 \qquad \sum_{i=1}^{30} (x_i - \overline{x})^2 = 84.8$$

Teste ao nível de significância de 5% a hipótese $H_0 : \mu = 2.0$ contra a hipótese alternativa $H_1 : \mu > 2.0$.

Exercício 8.6: Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Desconhecida)

Hipóteses:

Passo 0.1 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\mu, \sigma^2 = ?$

$H_0: \mu = 2.0$

$H_1: \mu > 2.0$

$\alpha = 5\%$

Slides Professora Claúdia Nunes

Tipos de Testes de Hipóteses para μ (σ^2 Desconhecida)

Um **teste de hipóteses paramétrico** para o parâmetro μ (valor médio ou média populacional) pode ser:

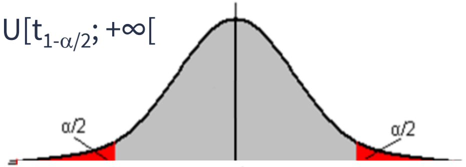
Teste

- Bilateral

  $H_0: \mu = \mu_0$

  $H_1: \mu \neq \mu_0$

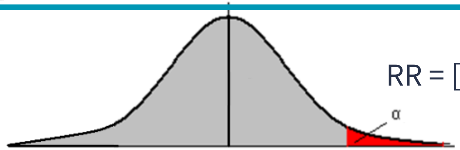
  $RR =]-\infty; -t_{1-\alpha/2}] \cup [t_{1-\alpha/2}; +\infty[$



- Unilateral
  - à direita

    $H_0: \mu \leq \mu_0$

    $H_1: \mu > \mu_0$



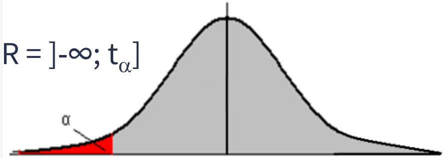
    $RR = [t_{1-\alpha}; +\infty[$

  - à esquerda

    $H_0: \mu \geq \mu_0$

    $H_1: \mu < \mu_0$

    $RR =]-\infty; t_{\alpha}]$



onde μ_0 é o valor numérico específico considerado em H_0 e H_1.

Exercício 8.6: Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Desconhecida)

Estatística de Teste:

Passo 2: v. aleat. e est. Teste

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{(29)}$$

$$T_0 = \frac{\bar{X} - 2}{S/\sqrt{30}} \overset{H_0}{\sim} t_{(29)}$$

$$t_0 = \frac{2.13 - 2}{\sqrt{2.92/30}} = 0.417$$

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 64.0 \qquad \sum_{i=1}^{30} (x_i - \bar{x})^2 = 84.8$$

$$\bar{x} = \frac{64}{30} = 2.13$$

$$s^2 = \frac{84.8}{29} = 2.92$$

IC para μ: Formulário

Variância corrigida

$$S'^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$$

- **POPULAÇÕES NORMAIS**

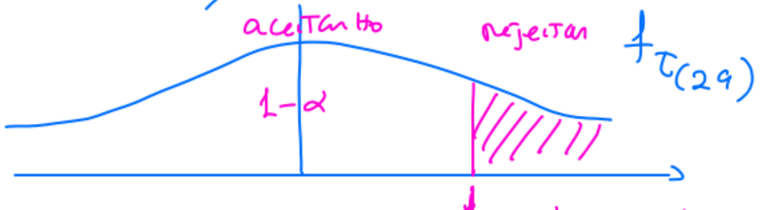
Média	$\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$\dfrac{\bar{X}-\mu}{S'/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$
Diferença de médias	$\dfrac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{m}+\dfrac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$	$Z=\dfrac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1'^2}{m}+\dfrac{S_2'^2}{n}}} \overset{a}{\sim} t(\nu)$ onde ν é o maior inteiro contido em r, $r=\dfrac{\left(\dfrac{s_1'^2}{m}+\dfrac{s_2'^2}{n}\right)^2}{\dfrac{1}{m-1}\left(\dfrac{s_1'^2}{m}\right)^2+\dfrac{1}{n-1}\left(\dfrac{s_2'^2}{n}\right)^2}$
	$T=\dfrac{\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}}}}{\sqrt{\dfrac{(m-1)S_1'^2+(n-1)S_2'^2}{m+n-2}}} \sim t(m+n-2)$	
Variância	$\dfrac{nS^2}{\sigma^2}=\dfrac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$	
Relação de variâncias	$\dfrac{S_1'^2}{S_2'^2}\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \sim F(m-1,n-1)$	

Exercício 8.6: Teste de Hipóteses para μ (σ^2 Desconhecida)

Decisão (pela região de rejeição):

Região de rejeição RR = [1,699; +∞[

Passo 3: R. rejeição



$a = F^{-1}_{t(29)}(0.95) = 1.699$

Passo 4: Decisão $t_0 = 0.417 < 1.699$, então não há evidências para rejeitar H0 para $\alpha = 5\%$.

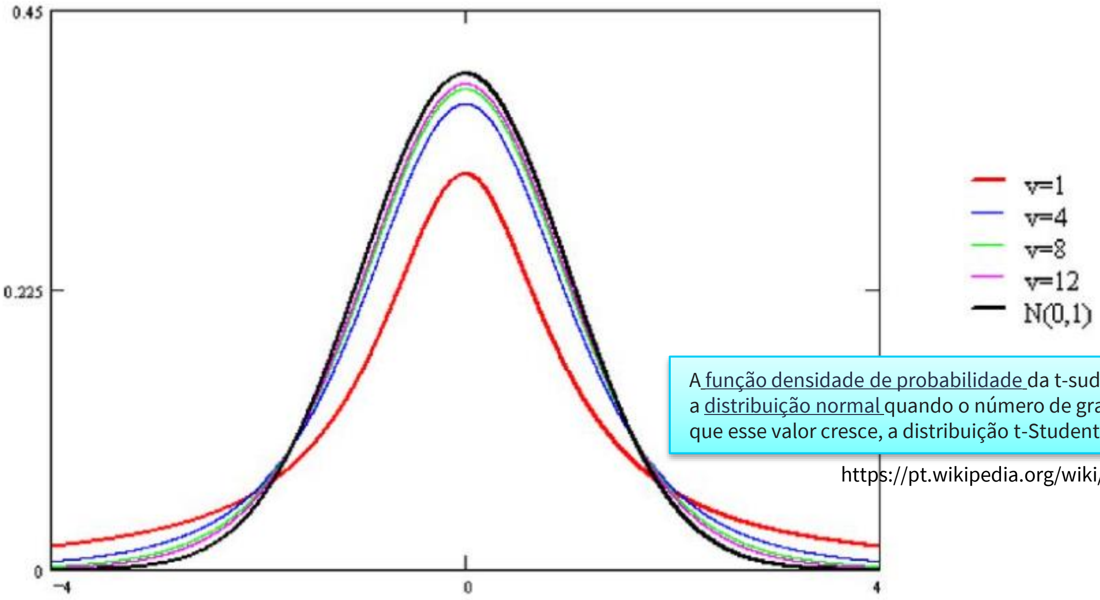
Decisão pela região de rejeição:
Não se rejeita H_0 para $\alpha = 5\%$, pois 0,417 < 1,699.
Não existe evidência estatística para afirmar que o valor médio é superior a 2 para $\alpha = 5\%$.

Não se rejeita H_0 $(0.427 < 1.699)$

T-Student

Curiosidade

- Se a **variável tem distribuição Normal na população**, ou a amostra é suficientemente grande, mas não conhecemos o desvio da população, só da amostra, então ...
- ... A média amostral se distribui conforme uma **t-Student**
- **...** A distribuição t-Student depende dos graus de liberdade (n-1), que denotamos por ν



A função densidade de probabilidade da t-sudent detém caudas mais pesadas que a distribuição normal quando o número de graus de liberdade é pequeno e à medida que esse valor cresce, a distribuição t-Student aproxima-se da normal.

https://pt.wikipedia.org/wiki/Distribui%C3%A7%C3%A3o_t_de_Student

https://slideplayer.com.br/slide/14561961

Decisão: Região de Rejeição vs Valor-p

Nota: Supondo que a estatística de teste tem distribuição t-student.

Região de rejeição (RR) ou Região crítica (RC): Conjunto para o qual H_0 é rejeitada

- Teste unilateral à esquerda: RR = $]-\infty; t_\alpha]$
- Teste unilateral à direita: RR = $[t_{1-\alpha}; +\infty[$
- Teste bilateral: RR = $]-\infty; -t_{1-\alpha/2}]\cup[t_{1-\alpha/2}; +\infty[$

$\Leftrightarrow$

Regra (considerando os valores críticos):

- $t_0 \leq t_\alpha \Rightarrow$ Rejeita-se H_0
- $t_0 \geq t_{1-\alpha} \Rightarrow$ Rejeita-se H_0
- $|t_0| \geq t_{1-\alpha/2} \Rightarrow$ Rejeita-se H_0

Regra: $t_0 \in$ RR $\Rightarrow$ Rejeita-se H_0

Valor-p ou P-value: Probabilidade sob H_0 de a estatística de teste tomar valores tão ou mais desfavoráveis a H_0 do que o seu valor observado

- Teste unilateral à esquerda: valor-p = $P(T \leq t_0)$
- Teste unilateral à direita: valor-p = $P(T \geq t_0)$
- Teste bilateral: valor-p = $P(T \leq -t_0 \text{ ou } T \geq t_0) = 2 \times P(T \geq |t_0|)$

Regra: Valor-p $< \alpha \Rightarrow$ Rejeita-se H_0

RR = [$t_{1-\alpha}$; +∞[?

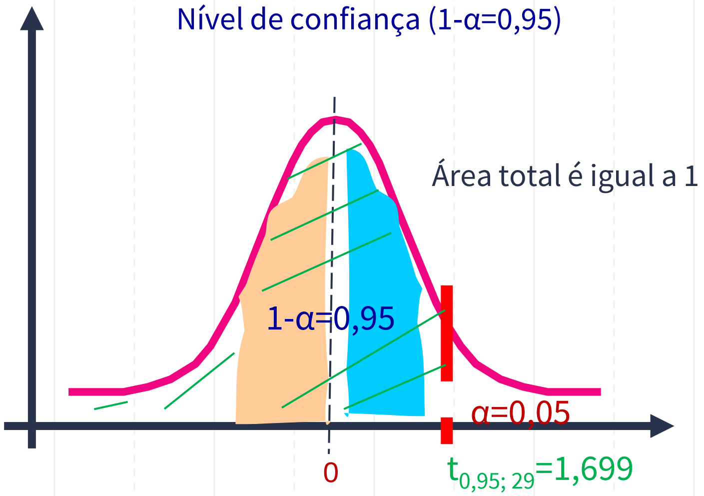
Cálculo do Quantil da Distribuição t-student de Probabilidade 1-α/2 e com n-1 g.l.´s

$$t_{n,\varepsilon} : P(X > t_{n,\varepsilon}) = \varepsilon$$

n \ ε	.400	.250	.100	.050	.025	.010	.005	.001
1	.325	1,000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656	318.289
2	.289	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.328
3	.277	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	.271	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	.267	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.894
6	.265	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	.263	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	.262	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	.261	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	.260	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	.260	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	.259	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	.259	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	.258	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	.258	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	.258	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	.257	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	.257	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	.257	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	.257	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	.257	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	.256	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	.256	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	.256	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	.256	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	.256	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	.256	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	.256	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	.256	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	.256	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385

Nível de significância (α=0,05)

Nível de confiança (1-α=0,95)



O nível de significância é igual a α = 0,05 e n-1 = 29 g.l.´s, então tem-se $t_{1-\alpha;n-1} = t_{0,95;\,29} = 1{,}699$

Teste unilateral à direita: valor-p = $P(T \geq t_0)$

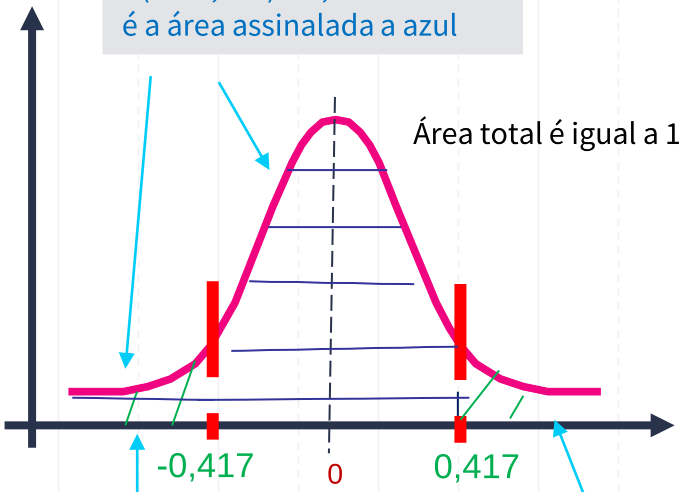
Cálculo do valor-p quando a Estatística de Teste tem Distribuição t-student com n-1 g.l.´s

Decisão (pelo valor-p):

valor-p = $P(T \geq 0{,}417) \sim P(T \geq 0{,}256) = 0{,}4$

Decisão pelo valor-p: Valor-p = 0,4 > 0,05
Não se rejeita H_0 para $\alpha = 5\%$. Não existe evidência estatística para afirmar que o valor médio é superior a 2 para $\alpha = 5\%$.

$P(T \leq 0{,}417) \sim 0{,}7$
é a área assinalada a azul



	0,4
29	0,256

$P(T \leq -0{,}417) = P(T \geq 0{,}417) \sim 0{,}4$
é a área assinalada a verde

3

Testes de Hipóteses para μ: Resumo...

Hipóteses, Estatística de Teste e Decisão

Passos Fundamentais para a Construção de um Teste de Hipóteses

Método Geral

$\boxed{\text{Passo 0}}$

$X \to N(\mu, \sigma^2)$:
- μ desconhecido, σ^2 conhecido (1)
- μ e σ^2 desconh. (2)

$X \to$ Bernoulli(p)

$\boxed{\text{Passo 1}}$

Indicar H_0 e H_1 e nível de significância α

θ = parâmetro a testar (μ, σ ou p, consoante o caso)

(a) $\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta \neq \theta_0 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta < \theta_0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} H_0: \theta = \theta_0 \\ H_1: \theta > \theta_0 \end{cases}$

Passos Fundamentais para a Construção de um Teste de Hipóteses

Passo 2

Com a informação do passo 0, vamos indicar a v. fulcral / estatística de Teste

(mesmos critérios que demos p/ os intervalos de confiança)

① $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	②, p/ μ $\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$	$\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \overset{a}{\sim} N(0,1)$	$S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$
②, p/ σ^2 $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$		$\sum_{i=1}^{k}\dfrac{(O_i-E_i)^2}{E_i} \overset{a}{\sim} \chi^2_{(k-m-1)}$	

Passos Fundamentais para a Construção de um Teste de Hipóteses

Passo 3

Com o nível de significância α e a forma da região de rejeição (a, b ou c), vamos construir a região de rejeição, usando a distribuição da v. Normal

a → Zona de rejeição bilateral

b → Zona de rejeição unilateral, à esquerda

c → Zona de rejeição unilateral, à direita

De qq forma α = área da zona de rejeição

Passos Fundamentais para a Construção de um Teste de Hipóteses

$\boxed{\text{Passo 4}}$ verificar se o valor observado da estatística de teste está ou ñ na região de rejeição.

Construção de um Teste de Hipóteses: Exemplo 1

Hipóteses:

Estatística de Teste:

① $X \sim N(\mu, 2^2)$

passo 0 | $n = 4$; $\alpha = 5\%$; $\bar{x} = 6$

passo 1 | $H_0: \mu = 5$
$H_1: \mu \neq 5$

v. fulcral $Z := \dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ (padrão)

passo 2 | Est. Teste $Z_0 = \dfrac{\bar{X} - 5}{\sigma/\sqrt{n}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1)$

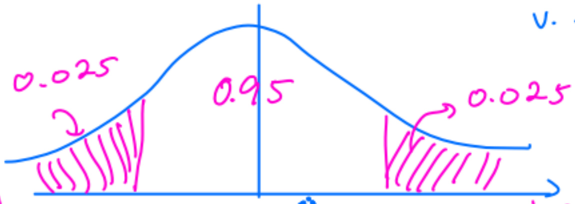
valor obs. est teste: $z_0 = \dfrac{6-5}{1} = 1$

[valor obs estatística de teste é um nº e por isso não tem distribuição]

Construção de um Teste de Hipóteses: Exemplo 1

Decisão (pela região de rejeição):

v. fulcral $\sim N(0,1)$



$-1.96 = \Phi^{-1}(0.025) = ?$ $\qquad$ $? \Rightarrow \Phi^{-1}(0.975) = 1.96$

Passo 3

$z_0 = 1$

Como $|z_0| < 1.96$, i.e., t_0 ñ pertence à região de rejeição, então p/ $\alpha = 5\%$, H0 ñ deve ser rejeitada.

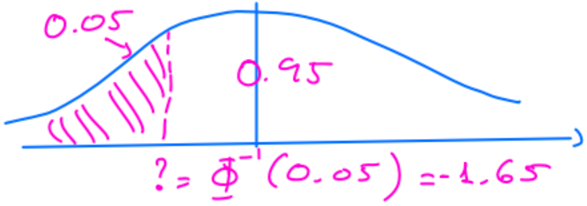
Decisão:
Não se rejeita H0 para $\alpha = 5\%$, pois $|1| < 1{,}96$. Não existe evidência estatística para afirmar que o valor médio é diferente de 5 para $\alpha = 5\%$.

Construção de um Teste de Hipóteses: Exemplos 2 e 3

Hipóteses:

$H_0: \mu = 5$

$H_1: \mu < 5$



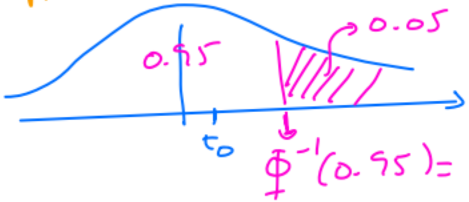
Como $z_0 = 1 > -1.65$, então H_0 não deveria ser rejeitada p/ $\alpha = 5\%$.

p/ $\forall\, \alpha \leq 5\%$

Hipóteses:

$H_0: \mu = 5$

$H_1: \mu > 5$



Obrigada!

Questões?