Lisbon School of Economics & Management
Universidade de Lisboa

Estatística I

Licenciatura em Gestão do Desporto (LGD)

2.º Ano/1.º Semestre

2025/2026

Aulas Teórico-Práticas N.ºs 5 e 6 (Semana 3)

Docente: Elisabete Fernandes
E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt

https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao

https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/

Conteúdos Programáticos

Aulas TP (Semanas 1 e 3)	Aulas TP (Semanas 3 a 6)	Aulas TP (Semanas 7 a 9)	Aulas TP (Semanas 10 a 12)
• **Capítulo 1**: Análise Descritiva • **Capítulo 2**: Probabilidades	• **Capítulo 3**: Variáveis Aleatórias Unidimensionais	• **Capítulo 4**: Variáveis Aleatórias Multidimensionais	• **Capítulo 5**: Variáveis Aleatórias Especiais

Material didático: Exercícios do Livro Murteira et al (2015), Formulário e Tabelas Estatísticas

Bibliografia: B. Murteira, C. Silva Ribeiro, J. Andrade e Silva, C. Pimenta e F. Pimenta; *Introdução à Estatística*, 2ª ed., Escolar Editora, 2015.

Conceitos Básicos de Probabilidade: Exercícios

1

Noção de Probabilidade, Probabilidade da União, Probabilidade da Interseção e Probabilidade da Diferença

Exercício do Livro Murteira et al (2015)

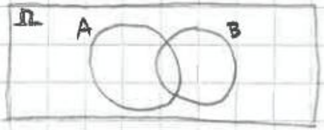
4. Num curso superior, 70% dos alunos têm computador em casa, 40% têm computador portátil e 30% têm os dois. Escolhido um aluno ao acaso, calcule a probabilidade de:
   a) Ter pelo menos um dos tipos de computadores.
   b) Não ter computador.
   c) Ter um e um só computador.

Exercício 4 a)

A - ter computador em casa

B - ter portátil

$P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.3$



(a)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.4 - 0.3 = 0.8$

Exercício 4 b)

(b)

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 = 0.2$$

Exercício 4 c)

(c)

Ter apenas 1 computador é o acontecimento $(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$

Porque $(A \cap \bar{B}) \cap (\bar{A} \cap B) = \emptyset$, tem-se :

$$P\left[(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)\right] = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = \left[P(A) - P(A \cap B)\right] + \left[P(B) - P(A \cap B)\right] =$$

$$= (0.7 - 0.3) + (0.4 - 0.3) = 0.4 + 0.1 = 0.5$$

Exercício do Livro Murteira et al (2015)

6. Um sistema electrónico é formado por dois subsistemas, A e B. De ensaios anteriores sabe-se que: a probabilidade de A falhar é 0.2, a probabilidade de B falhar sozinho é 0.15, e a probabilidade de A e B falharem simultaneamente é 0.15. Determine a probabilidade de:

a) B falhar.

b) Falhar apenas A.

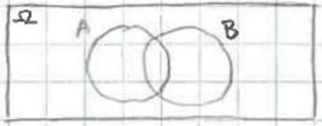
c) Falhar pelo menos um deles, A ou B.

d) Não falhar nem A nem B.

e) A e B não falharem simultaneamente.

Exercício 6 a)

$P(A) = 0.2$, $P(B-A) = P(\bar{A} \cap B) = 0.15$, $P(A \cap B) = 0.15$



(a)

$P(B) = ?$

Porque $B = \underbrace{(B-A)}_{(\bar{A} \cap B)} \cup (A \cap B)$ e $(\bar{A} \cap B) \cap (A \cap B) = \phi$ tem-se que:

$P(B) = P\left[(\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)\right] = P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = 0.15 + 0.15 = 0.3$

Exercício 6 b), c), d) e e)

(b)

$$\underbrace{P(A-B)}_{P(A\cap\overline{B})} = P(A) - P(A\cap B) = 0.2 - 0.15 = 0.05$$

(c)

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0.2 + 0.3 - 0.15 = 0.35$$

(d)

$$P(\overline{A}\cap\overline{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = 1 - 0.35 = 0.65$$

(e)

$$P(\overline{A\cap B}) = 1 - P(A\cap B) = 1 - 0.15 = 0.85$$

Exercício Suplementar que não consta do livro Murteira et al (2015)

2.2 Sejam A e B acontecimentos tais que $P(A)+P(B)=x$ e $P(A\cap B)=y$. Determine em função de x e de y a probabilidade de:

(a) Não se realizar nenhum dos dois acontecimentos.

(b) Que se realize um e um só dos dois acontecimentos.

(c) Que se realize pelo menos um dos dois acontecimentos.

(d) Que se realize quanto muito um único acontecimento.

Exercício 2.2 (a): Leis de Morgan e Probabilidade de União

- **Eventos chave**

$$A, B \quad : \quad P(A) + P(B) = x$$
$$P(A \cap B) = y$$

$$\mathrm{P}(\bar{A}) \cup \mathrm{P}(\bar{B}) = \mathrm{P}(\overline{A \cap B})$$
$$\mathrm{P}(\bar{A}) \cap \mathrm{P}(\bar{B}) = \mathrm{P}(\overline{A \cup B})$$

- **Evento**

$C =$ não se realize nenhum dos dois eventos

$= \overline{A} \cap \overline{B}$ [não se realize A e não se realize B]

$= \overline{A \cup B}$ [leis de De Morgan]

Leis de Morgan

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$$
$$\boxed{\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}}$$

- **Probabilidade pedida**

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$$

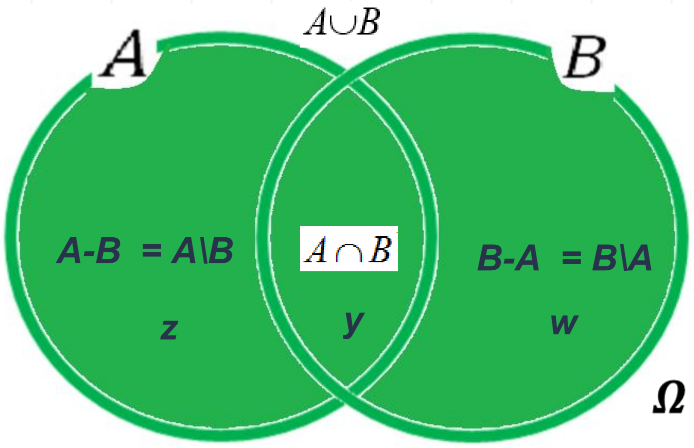
$P(C) = P\left(\overline{A \cup B}\right)$

$= 1 - P(A \cup B)$ [consequência elementar axiomas]

$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$ [consequência elementar axiomas: regra de adição]

$= 1 - (x - y)$

Exercício 2.2 (a): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
$P(A) + P(B) = x$
$P(A \cap B) = y$

$P(A) = z+y$

$P(B) = y+w$

$x = z+2y+w$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = z+y+y+w - y = x - y$

P("não se realizar nenhum dos dois acontecimentos") = 1 - P("de se realizar pelo menos um dos dois acontecimentos") = 1 - P(A U B) = 1 - $(x-y)$

Exercício 2.2 (b): Probabilidade da Diferença

- **Evento**

$$D = \text{um e um só dos dois eventos}$$
$$= (A\setminus B)\cup(B\setminus A) \qquad \text{[só se realize A ou só se realize B]}$$

Como A\B e B\A são eventos disjuntos, tem-se P(A\B U B\A) = P(A\B) + P(B\A)

- **Probabilidade pedida**

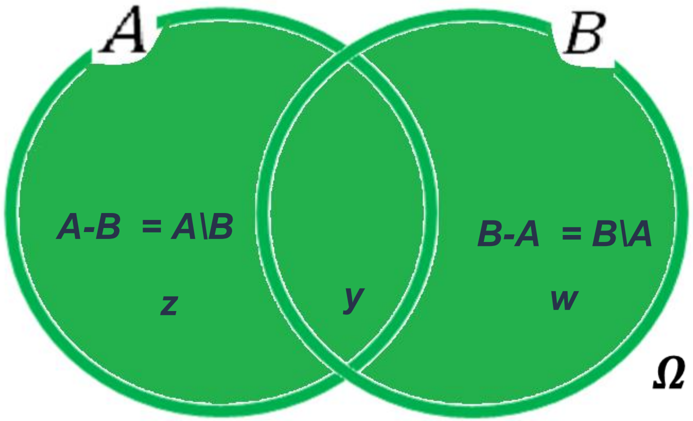
$$P(A\setminus B) = P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)$$

$$P(D) = P[(A\setminus B)\cup(B\setminus A)]$$
$$= P(A\setminus B) + P(B\setminus A) \qquad \text{[eventos disjuntos, f. probabilidade, axioma 3]}$$
$$= [P(A) - P(A\cap B)] + [P(B) - P(A\cap B)] \qquad \text{[consequência elementar axiomas]}$$
$$= [P(A) + P(B)] - 2P(A\cap B)$$
$$= x - 2y$$

$$P(B\setminus A) = P(B-A) = P(B) - P(B\cap A)$$

$$P(A\cap B) = P(B\cap A)$$

Exercício 2.2 (b): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
$P(A) + P(B) = x$
$P(A \cap B) = y$

$x = z+2y+w$

P("de acontecer apenas um dos dois acontecimentos")
$= z + w = x - 2y$

Exercício 2.2 (c): Probabilidade de União

- **Evento**

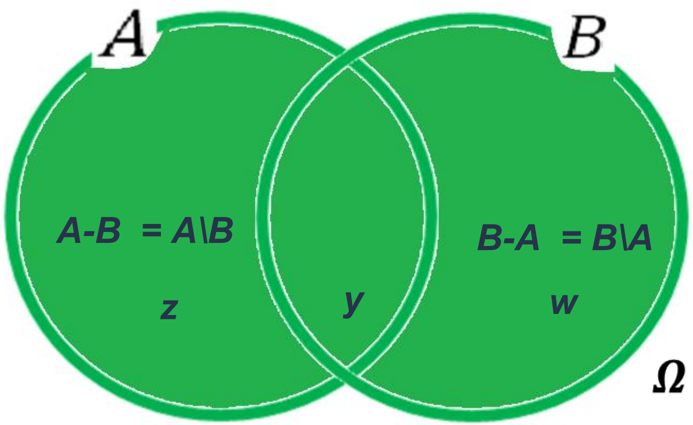
$$\begin{aligned} E &= \text{pelo menos um dos dois eventos} \\ &= A \cup B \end{aligned}$$

- **Probabilidade pedida**

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A \cup B) \\ &= [P(A) + P(B)] - P(A \cap B) \qquad \text{[consequência elementar axiomas: regra de adição]} \\ &= x - y \end{aligned}$$

Exercício 2.2 (c): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
P(A) + P(B) = x
P(A ∩ B) = y

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

P("de acontecer pelo menos um dos dois acontecimentos") = x – y

Alínea (a)

Exercício 2.2 (d): Probabilidade Complementar

- **Evento**

$$F = \text{quanto muito um único evento.}$$

$$= \overline{A \cup B} \cup (A \backslash B) \cup (B \backslash A) \qquad \text{[nenhum evento ou somente o evento A ou somente o evento B]}$$

$$F = \overline{A \cap B}$$

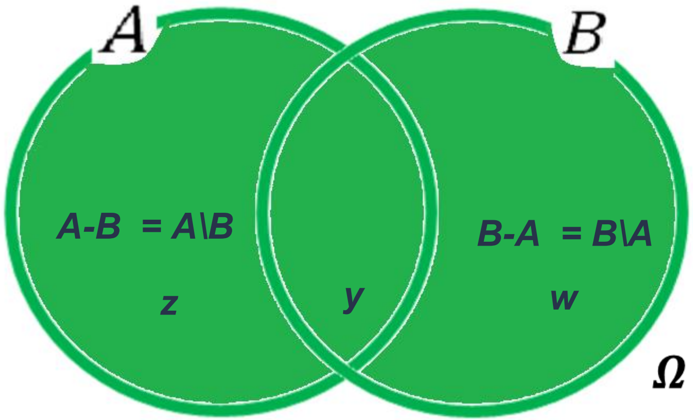
- **Probabilidade pedida**

$$P(F) = P\left(\overline{A \cap B}\right)$$

$$= 1 - P(A \cap B) \qquad \text{[consequência elementar axiomas]}$$

$$= 1 - y$$

Exercício 2.2 (d): Diagrama de Venn



Sabe-se que:
$P(A) + P(B) = x$
$P(A \cap B) = y$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = z+y+w = x - y$

P("que se realize quanto muito um acontecimento") = P("não se realizar nenhum dos dois acontecimentos") + P("de se realizar apenas um dos dois acontecimentos") = 1-(x-y) + (x - 2y) = 1 - *y*

Alínea (a)

Alínea (b)

2 Probabilidade Condicional

Probabilidade Condicional/Condicionada

– É quando um evento só acontece quando o outro evento do mesmo espaço amostral aconteceu (**condição de ocorrência**).

– A probabilidade de "A dado B", "A se B" ou "A sabendo B" é a probabilidade de ocorrer A, quando o evento B ocorreu.

– O **espaço amostral** dos eventos A e B **reduz-se** com a condição de ocorrência.

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Condicional (ou Probabilidade Condicionada)

Sejam A e B acontecimentos associados à mesma experiência aleatória. A probabilidade condicional de A dado que se observou B (ou probabilidade condicional de A se B), é o valor do quociente:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ com } P(B) \neq 0$$

Da mesma forma, tem-se

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}.$$

Além disso, $P(\overline{A} \mid B) = 1 - P(A \mid B)$.

Probabilidade Condicional

$$P(A|B) = P(B|A)?$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \neq P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Condicional: Exemplo 1

Um estudante do IFRN é selecionado ao acaso, qual é a probabilidade dele ser de São Tomé, dado que ele não é de SPP?

$$\boldsymbol{P(ser\ São\ Tomé|Não\ é\ SPP) = \frac{1}{10}}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Condicional: Exemplo 2

	1ª vez	Já voo antes	Σ
Não conhecia	83	22	105
Já conhecia	23	12	35
Σ	106	34	140

Cada turista de uma viagem de avião respondeu a duas perguntas:

1. Já voou antes?
2. Já conhece a cidade de destino?

Selecionou-se um turista ao acaso, e verificou-se que ele nunca voou antes.

Qual é a probabilidade dele conhecer a cidade de destino?

$$P = (Conhecer\ cidade|Nunca\ voou) = \frac{23}{106}$$

Probabilidade Condicional: Exemplo 3

Sexo	Alfabetizada		Total
	Sim	Não	
Masc.	39.577	8.672	48.249
Fem.	46.304	7.297	56.601
Total	85.881	15.969	101.850

Qual é a probabilidade de um jovem escolhido ao acaso ser alfabetizado, sabendo que ele é do sexo feminino?

$$P(alfabetizado|Feminino) = \frac{46304}{56601}$$

https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/matematica-iii/probabilidade/slides-4-probabilidade

Probabilidade Condicional: Exemplo 4

Exemplo:

Num saco há 10 bolas, 5 brancas e 5 vermelhas. Qual é a probabilidade de retirar do saco ao acaso, uma bola branca?

$P(B1) = 5/10=0.5$

Sabendo que saiu bola branca, qual é a probabilidade de numa 2ª extracção sair bola branca?

$P(B2|B1)=4/9=0.4$

Probabilidade Conjunta ou Composta (ou Probabilidade de Interseção)

A probabilidade conjunta dos acontecimentos A e B é dada por (i.e., é o produto da probabilidade condicional pela probabilidade do condicionante)

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2|A_1) \times P(A_3 | A_1 \cap A_2) \times \ldots \times P(A_n | A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_{n-1})$$

Os acontecimentos A e B são independentes, sse $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Nesse caso, tem-se $P(A|B) = P(A)$ e $P(B|A) = P(B)$.

A definição de independência pode generalizar-se a mais de dois acontecimentos. Por exemplo, os acontecimentos A, B e C dizem-se mutuamente independentes se e só se

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A) \times P(C)$$

$$P(B \cap C) = P(B) \times P(C)$$

3 Probabilidade Condicional: Exercícios

Exercício Suplementar que não consta do livro Murteira et al (2015)

2.13 Uma bolsa contém moedas de prata e cobre em igual número. Extrai-se ao acaso e sem reposição duas moedas. Calcule a probabilidade de que:

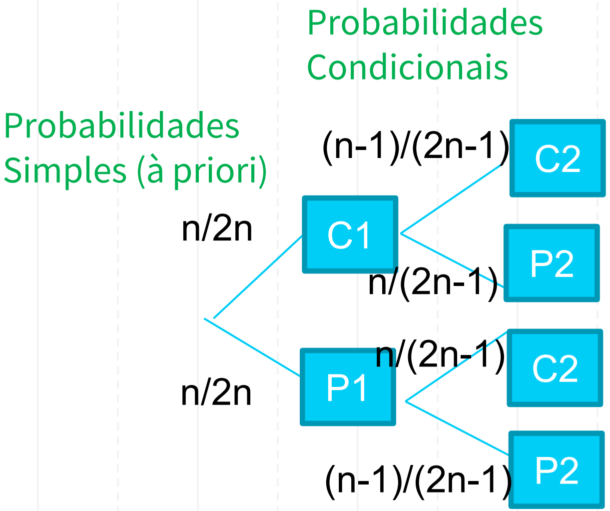
(a) A segunda moeda extraída seja de prata, sabendo que a primeira era de cobre.

(b) Saia uma moeda de prata na 2ª tiragem.

(c) Uma e uma só das moedas seja de prata.

(d) Pelo menos uma das moedas seja de cobre.

Exercício 2.13: Diagrama em Árvore



n = nº de moedas de prata = nº de moedas de cobre

Experiência Aleatória: Extração ao acaso e sem reposição de duas moedas

Acontecimentos:

P1/P2 = Moeda de prata na 1ª extração / Moeda de prata na 2ª extração

C1/C2 = Moeda de cobre na 1ª extração / Moeda de prata na 2ª extração

Exercício 2.13 (a)

n = nº de moedas de prata = nº de moedas de cobre

Experiência Aleatória: Extração ao acaso e sem reposição de duas moedas

$$P(P2|C1) = n/(n+n-1) = n/(2n-1)$$

Acontecimentos:

P2 = Moeda de prata na 2ª extração

C1 = Moeda de cobre na 1ª extração

Exercício 2.13 (b)

n = nº de moedas de prata = nº de moedas de cobre

Experiência Aleatória: Extração ao acaso e sem reposição de duas moedas

$P(P2) = P(P2|C1)P(C1) + P(P2|P1)P(P1)$

$= n/(2n-1) \times n/(2n) + (n-1)/(2n-1) \times n/(2n) = 1/2$

Acontecimentos:

P1/P2 = Moeda de prata na 1ª extração / Moeda de prata na 2ª extração

C1/C2 = Moeda de cobre na 1ª extração / Moeda de prata na 2ª extração

Exercício 2.13 (c)

n = nº de moedas de prata = nº de moedas de cobre

Extração ao acaso e sem reposição de duas moedas

P = Moeda de prata

C = Moeda de cobre

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

P("uma e uma só seja de prata") = P("de sair uma de prata na segunda tiragem e cobre na primeira") + P("de sair cobre na segunda tiragem e prata na primeira") = P(C1P2) + P(P1C2) =

$= P(P2|C1) \times P(C1) + P(C2|P1) \times P(P1) = n/(2n-1) \times (n/2n) + n/(2n-1) \times (n/2n)$

$= 2 \times [n/(2n-1) \times (n/2n)] = n/(2n-1)$

Exercício 2.13 (d)

n = nº de moedas de prata = nº de moedas de cobre

Extração ao acaso e sem reposição de duas moedas

P = Moeda de prata

C = Moeda de cobre

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

P("pelo menos uma das moedas seja cobre") = P(C1C2) + P(C1P2) + P(P1C2)
= P(C2|C1)×P(C1) + P(P2|C1)×P(C1) + P(C2|P1) ×P(P1)
= [(n-1)/(2n-1)]×(n/2n) + [n/(2n-1)]×(n/2n) + [n/(2n-1)]×(n/2n)
= 1/2[(n-1+n+n)/(2n-1)] = 1/2[(3n-1)/(2n-1)] = (3n-1)/(4n-2)

2.16 A execução de um projecto de construção de um edifício no tempo programado está relacionada com os seguintes acontecimentos:

$E =$ "escavação executada a tempo"

$F =$ "fundações executadas a tempo"

$S =$ "superestrutura executada a tempo"

supostos independentes e com probabilidades iguais a, respectivamente, 0.8, 0.7 e 0.9. Calcule a probabilidade de:

(a) O edifício ser terminado no tempo previsto, devido ao cumprimento dos prazos nas três actividades referidas.

(b) O prazo de execução ser cumprido para a escavação e não ser cumprido em pelo menos uma das outras actividades.

Exercício Suplementar que não consta do livro Murteira et al (2015)

Exercício 2.16 (a)

Acontecimentos:

E = "escavação executada a tempo"

F = "fundações executadas a tempo"

S = "superestrutura executada a tempo"

Acontecimentos independentes

P (E) = 0,8

P(F) = 0,7

P(S) = 0,9

Definição 1.6 (Acontecimentos independentes). $A, B \subset \Omega$ *dizem-se independentes sse*

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

Propriedades Se $A, B \subset \Omega$ independentes, então

1. $\bar{A}, B$ são independentes,
2. $A, \bar{B}$ são independentes,
3. $\bar{A}, \bar{B}$ são independentes.

P("Construção do edifício terminou no tempo previsto") = P(E)×P(F)×P(S) = 0,504

Exercício 2.16 (b)

P("O prazo de execução ser cumprido para a escavação e não ser cumprido em pelo menos uma das outras atividades")
$= P(E) \times P(\sim F) \times P(S) + P(E) \times P(F) \times P(\sim S) + P(E) \times P(\sim F) \times P(\sim S)$
$= 0{,}8 \times 0{,}3 \times 0{,}9 + 0{,}8 \times 0{,}7 \times 0{,}1 + 0{,}8 \times 0{,}3 \times 0{,}1 = 0{,}296$

Definição 1.6 (Acontecimentos independentes). $A, B \subset \Omega$ *dizem-se independentes sse*

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

Propriedades Se $A, B \subset \Omega$ independentes, então

1. $\bar{A}, B$ são independentes,
2. $A, \bar{B}$ são independentes,
3. $\bar{A}, \bar{B}$ são independentes.

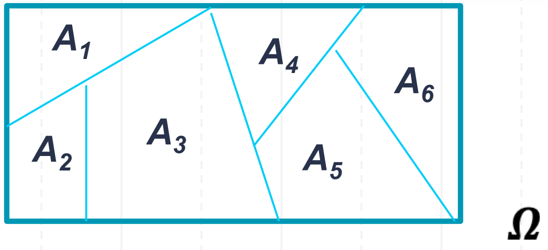
Teorema da Probabilidade Total e Teorema de Bayes

4

Definição de Partição

Diz-se que os acontecimentos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ constituem uma partição de Ω se e só se:

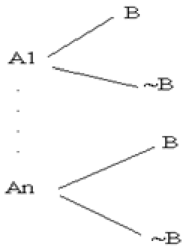
- $A_1, A_2, \ldots, A_n$ são mutuamente incompatíveis, isto é,
  $A_i \cap A_j = \varnothing$; $i, j = 1, 2, \ldots, n$; $i \neq j$;
- $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$.

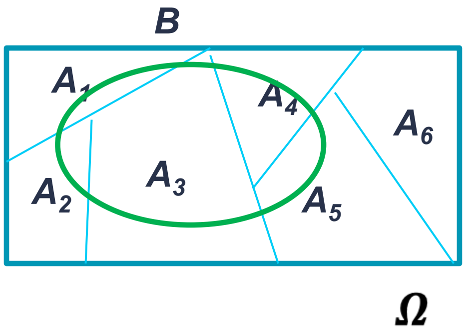


Teorema/Lei da Probabilidade Total

Se $A_1, A_2, \ldots, A_n$ definem uma partição sobre Ω, então para qualquer B definido em Ω temos:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P[B|A_i] \times P(A_i) = P[B|A_1] \times P(A_1) + P[B|A_2] \times P(A_2) + \ldots + P[B|A_n] \times P(A_n)$$





Se a partição é A, $\overline{A}$, então tem-se o caso especial

$$P(B)=P(B|A)P(A)+P(B|\overline{A})P(\overline{A})$$

Nota: Aplica-se este teorema quando se quer calcular a probabilidade de ocorrência de um efeito originado por várias causas.

Teorema de Bayes
(ou Teorema da Probabilidade Inversa)

Se $A_1, A_2, \ldots, A_n$ definem uma partição sobre Ω, então para qualquer B definido em Ω temos:

$$P\left[A_i \middle| B\right] = \frac{P\left[B \middle| A_i\right] \times P(A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P\left[B \middle| A_i\right] \times P(A_i)} = \frac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{P(B \mid A_1)P(A_1) + \ldots + P(B \mid A_n)P(A_n)} \quad i=1,2,\ldots,n.$$

Teorema da Probabilidade Total

Quando a partição de A é $\bar{A}$, tem-se o caso especial

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \bar{A})P(\bar{A})}.$$

Nota: Aplica-se este teorema quando se quer calcular a probabilidade de ter sido A_k que originou B.

Teorema de Bayes: Exemplo

1 Probabilidade condicional

2 Probabilidades a priori

Seja

M = doença meningite

S = dor no pescoço

Um Doutor sabe:

$P(S|M) = 0.5$

$P(M) = 1/50000$

$P(S) = 1/20$

$$\mathbf{P}(M|S) = \frac{\mathbf{P}(S|M)\mathbf{P}(M)}{\mathbf{P}(S)}$$

$$= \frac{0,5*(1/50000)}{1/20} = 0,0002$$

A probabilidade de uma pessoa ter meningite dado que ela está com dor no pescoço é 0,02% ou ainda 1 em 5000.

https://www.dei.isep.ipp.pt/~csr/SP/SP-Bayes.ppt

Teorema da Probabilidade Total e Teorema de Bayes: Exercícios

5

Exercício do Livro Murteira et al (2015)

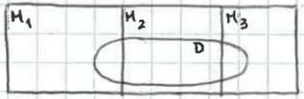
28. Uma fábrica utiliza três máquinas para a produção de um mesmo produto, com as seguintes percentagens de produção: M1 - 40%; M2 - 35%; M3 - 25%. As percentagens de peças defeituosas produzidas por cada máquina são, respectivamente: 4%, 2% e 1%.

a) Escolhida uma peça ao acaso da produção total, qual a probabilidade de ser não defeituosa?

b) Qual a probabilidade de ter sido produzida pela máquina M1, observando-se que é defeituosa?

c) Se forem retiradas duas peças, sucessivamente e com reposição, da produção total, qual a probabilidade de que uma seja defeituosa, e outra, não?

Exercício 28 a)



$\rightarrow$ M_1, M_2 e M_3 formam uma partição de Ω, onde D representa peça defeituosa.

$P(M_1) = 0.4$ $\qquad$ $P(M_2) = 0.35$ $\qquad$ $P(M_3) = 0.25$

$P(D|M_1) = 0.04$ $\qquad$ $P(D|M_2) = 0.02$ $\qquad$ $P(D|M_3) = 0.01$

(a)

$P(\bar{D}) = ?$ $\qquad$ Sabe-se que: $P(\bar{D}) = 1 - P(D)$

Pela regra da probabilidade total, obtém-se:

$$P(D) = \sum_{j=1}^{3} P(M_j)\, P(D|M_j) = P(M_1)\,P(D|M_1) + P(M_2)\,P(D|M_2) + P(M_3)\,P(D|M_3) =$$

$$= 0.4 \times 0.04 + 0.35 \times 0.02 + 0.25 \times 0.01 = 0.0255$$

Logo,

$$P(\bar{D}) = 1 - 0.0255 = 0.9745$$

Exercício 28 b)

$P(M_1 | D) = ?$

Pelo teorema de Bayes, tem-se:

$$P(M_1|D) = \frac{P(M_1)\,P(D|M_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(M_i)\,P(D|M_i)} = \frac{0.4 \times 0.04}{0.0255} \approx 0.627$$

Exercício 28 c)

Esquema binomial: $P = C_x^n \, p^x (1-p)^{n-x}$, onde $n=2$, $x=1$, $p = P(D) = 0.0255$

Logo,

$$P = C_1^2 \times 0.0255^1 \times 0.9745^1 \approx 0.0497$$

Numa população de elementos, existe uma percentagem p com determinado atributo. Retirando n elementos dessa população, qual a probabilidade de x deles ($x \leq n$) terem esse atributo?

Exercício do Livro Murteira et al (2015)

33. Numa pastelaria fabrica-se bolo-rei. Sabe-se que, 20% dos bolos são de tamanho grande, 50% são pequenos e os restantes são de tamanho médio. Uma fava é colocada em 60% dos bolos pequenos e em 20% de cada um dos outros. Nos bolos grandes, quando se coloca a fava, também se põe um brinde especial.

   a) Qual a percentagem de bolos com brinde especial?

   b) Admitindo que comprou dois bolos naquela pastelaria, qual a probabilidade de ambos terem fava?

Exercício do Livro Murteira et al (2015)

35. Uma prova de Estatística tem a duração de duas horas. Dos alunos que entregam a prova, sabe-se que 20% o fazem antes das 2 horas, 50% no limite fixado e os restantes depois. Têm nota positiva 70% dos primeiros, 50% dos segundos e 15% dos últimos.

a) Qual a percentagem de alunos com nota positiva?

b) Comente a seguinte frase: “dos alunos que têm nota positiva, mais de metade entregou dentro do tempo regulamentar”.

c) Em 10 alunos escolhidos ao acaso, dos que entregam a prova, qual a probabilidade de exactamente quatro deles terem-na feito no tempo fixado?

Exercício do Livro Murteira et al (2015)

42. Maria, uma promissora engenheira química, está interessada em saber se determinada substância está contaminada por uma impureza que conduz à sua inutilização. Existe um teste laboratorial que tem probabilidade 0.8 de assinalar a impureza quando a substância está efectivamente contaminada, e probabilidade de 0.1 de assinalar a presença da impureza quando esta não está contaminada. Sabe-se ainda que, antes de efectuar qualquer teste, a probabilidade da substância estar contaminada por essa impureza é de 0.4.

a) Qual a probabilidade de um teste laboratorial assinalar a presença da impureza?

b) Tendo o teste assinalado a impureza, calcule a probabilidade da substância estar efectivamente contaminada.

Obrigada!

Questões?