Análise Matemática IV

LISTA 7

Estabilidade de soluções, retratos de fases, sistemas não lineares

(1) Determine a estabilidade das soluções de $y' = Ay$ com

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) Esboce o retrato de fases (órbitas) da equação linear homogénea em dimensão 2 dada por $x' = Ax$, onde $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ e λ_1, λ_2 são os valores próprios de A, e indique a estabilidade das órbitas, quando:

(a) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 \in \mathbb{R}$.

(b) $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$.

(c) $0 < \lambda_1 < \lambda_2$.

(d) $\lambda_1 = \lambda_2 < 0$ e existem dois vectores próprios linearmente independentes.

(e) $\lambda_1 = \lambda_2 < 0$ e só existe um vector próprio.

(f) $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$.

(g) $\lambda_1 = a + ib$, $\lambda_2 = a - ib$, $b \neq 0$ e:

(i) $a > 0$.

(ii) $a = 0$.

(iii) $a < 0$.

(3) Encontre as soluções de equilíbrio e determine, se possível, a sua estabilidade.

(a) $\begin{cases} x' = x - x^3 - xy^2 \\ y' = 2y - y^5 - yx^4 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x' = x^2 + y^2 - 1 \\ y' = x^2 - y^2 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x' = \ln(1 - z) \\ y' = \ln(1 - x) \\ z' = \ln(1 - y) \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x' = x - \cos y - z + 1 \\ y' = y - \cos z - x + 1 \\ z' = z - \cos x - y + 1 \end{cases}$