

Exame Época de Recurso — 03 de Julho de 2019 — Duração: 2 horas

NOME: _____ N.º: _____

Reservado a classificações:

| 1. | 2. | 3.a) | b) | 4.a) | b) | 5. |
|----|----|------|----|------|----|----|
| | | | | | | |

-
1. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual retirada de uma população X com média $E(X) = \ln\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)$, $0 < \theta < 1$. Determine o estimador para θ pelo método dos momentos. [1]
-

RESPOSTA 1.

2. Uma empresa assegura o transporte regular de mercadorias . Escolhidas 50 viagens entre Lisboa e Cabo-Verde verificou-se que, em 10 das viagens, houve mercadoria danificada. O gestor da empresa afirma que no máximo 10% das viagens resultam em mercadorias danificadas. Teste a afirmação do gestor com um nível de significância de 1%. [1.5]
-

RESPOSTA 2.

3. Considere que o número de acidentes mensais numa via rápida segue um processo de Poisson de ritmo médio λ . Em dois anos registou-se um total de 240 acidentes.

a) Estime a probabilidade de haver 10 acidentes num determinado mês, sabendo que o estimador de máxima verosimilhança para λ é a média amostral. [1]

RESPOSTA 3. a)

b) Construa um intervalo de confiança a 99% para o número médio de acidentes mensais na via rápida. [1.5]

RESPOSTA 3.b)

4. Assuma que o tempo decorrido (em meses) até se registarem 2 acidentes de avião é uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade dada por

$$f_X(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}, \quad x > 0.$$

- a) Obtenha o estimador de máxima verosimilhança para $T = \frac{2}{\theta}$. [2]
-

RESPOSTA 4.a)

b) Da observação de uma amostra de 50 acidentes de avião observou-se um tempo médio, até se registarem dois acidentes, de 24 meses com um desvio padrão corrigido de 48 meses. Teste a hipótese de que o tempo médio até se registarem dois acidentes é pelo menos 20 meses. Use um nível de significância de 5%. [1]

RESPOSTA 4.b)

5. Sejam X_1 e X_2 duas variáveis aleatórias de onde se retiraram amostras casuais de dimensões n_1 e n_2 com médias μ_1 e μ_2 e variâncias σ_1^2 e σ_2^2 respectivamente. Mostre que o estimador $T = \bar{X}_1 + (\bar{X}_2)^2$ é um estimador centrado para $\theta = \mu_1 + \frac{\sigma_2^2}{n_2} + \mu_2^2$. [2]

