

Revisão global (EST.II)

Erida Gjini

ISEG, Universidade de Lisboa

erida.gjini@iseg.ulisboa.pt

May 2024

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = \text{Prob}(x_1 | \theta) \text{Prob}(x_2 | \theta) \dots \text{Prob}(x_n | \theta)$$

Qual o θ que maximiza L ?

$$l(\theta) = \text{Log}(L) \rightarrow \partial l / \partial \theta = 0 \rightarrow \theta = \hat{\theta}$$

da a solução. Depois verificar que $\partial^2 l / \partial \theta^2 < 0$ quando $\theta = \hat{\theta}$ (max).

- $Z \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$
- $X \sim \text{Ber}(\theta)$
- $Y \sim \text{Exp}(\theta)$
- $Z \sim \text{Binomial}(n, \theta)$
- $N \sim \text{Poisson}(\lambda)$

Estimação por pontos favorece a precisão

- Nr. de equações = nr. de parâmetros a estimar
- Momentos teóricos = momentos empíricos na amostra
- Resolver para obter $\hat{\theta}$

Nem sempre os dois metodos dão resultados iguais.

Propriedades dos estimadores

Se se repetir o processo de amostragem...

$$\hat{\theta} \leftrightarrow \boxed{\theta}$$

- Centrado/enviesado? \leftrightarrow Valor esperado do $\hat{\theta}$
- Eficiente? \leftrightarrow Variância de $\hat{\theta}$
- Consistente? \leftrightarrow Comportamento no limite de $n \rightarrow \infty$

Se $\hat{\theta}$ um estimador de MV para θ , e $\tau(\theta)$ uma função biunívoca de θ ,
 $\implies \tau(\hat{\theta})$ um estimador de MV de $\tau(\theta)$.

- Significado (favorece a confiança)
- Método com a variável fulcral
- Usar a distribuição (independente de parâmetros) da variável fulcral

Testes de hipóteses H_0 vs. H_1

- Estatística teste e região de rejeição
- Erro de tipo 1: α
- Erro de tipo 2: $1 - \beta$
- Potência do teste: β
- Dependência no tamanho da amostra
- Hipótese unilateral vs. bilateral
- Realização do teste (dist. por amostragem da estatística teste)
- P-valor

2 situações chave

- Dadas as hipóteses e fixado $\alpha \implies$ região crítica para teste mais potente?
- Dadas as hipóteses e a região crítica \implies obter $\alpha, \beta \dots$

Testes de hipóteses numa população

- População normal
- População geral (outras distribuições)
- Sobre médias (variância conhecida ou desconhecida)
- Sobre variâncias
- Sobre um parâmetro da distribuição

Testes de hipóteses para comparar 2 populações

- Médias em populações normais (variâncias conhecidas/desconhecidas)
 - i conhecidas ($N(0,1)$)
 - ii desconhecidas e iguais (t-student)
 - iii desconhecidas e diferentes (t-student)
- Variâncias em populações normais (F-snedecor)
- Médias em populações gerais
- Teorema do limite central \rightarrow Dist. Normal $N(0,1)$ (grandes amostras)

Testes de hipóteses em amostras emparelhadas

- Contexto: os mesmos indivíduos em 2 amostras (e.g. tratamentos diferentes)
- Cada par (x_i, y_i) independente de (x_j, y_j) na amostra
- Igualdade das médias?
- Estatística teste (considerar diferença $Z = X - Y$ em todos os pares)
- Realisar o teste ($T \sim t(n - 1)$)

Baseados no:

Qui – quadrado

- Contexto ($f(.)$ da distribuição é desconhecida)
- Teste sobre *prob. de cada categoria'* - freq. esperadas vs. observadas
- Hipóteses simples (não envolve parâmetro desconhecido, e.g. $Po(3)$)
- Hipóteses compostas (envolve parâmetros desconhecidos, que precisa de ser estimado, e.g. $Po(\lambda)$)
- Testes de associação (ou independência) - freq. esperadas vs. observadas numa matriz (2 atributos): se 2 variáveis aleatórias são independentes numa população

- Contexto $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + u$
- Modelo na população \rightarrow Modelo ajustado $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_k x_k$
- Fundamentos (OLS)
- Resíduos e propriedades $\hat{u}_i = y_i - \hat{y}_i$
- Qualidade do ajustamento y_i vs. \hat{y}_i (R^2 , SSR, SSE, SST, $r_{y\hat{y}}$)
- Hipóteses MRL 1-6
- Propriedades dos estimadores $\hat{\beta}_j$ ($E[\hat{\beta}_j]$, $Var[\hat{\beta}_j]$...)
- Interpretatação (lin-lin, log-lin, lin-log, log-log)
- Testes de hipóteses sobre coeficientes de uma regressão linear
- Significância: de uma variável / de um conjunto de variáveis / global
- Previsão (em media / um caso particular)
- Homocedasticidade vs. heterocedasticidade