



## LICENCIATURA EM GESTÃO ESTATÍSTICA II

EXAME | 1º SEMESTRE | 2023-2024

ÉPOCA DE RECURSO | 29 DE JANEIRO DE 2024

Duração: 2 Horas

NOME (legível): \_\_\_\_\_

N.º de Aluno: \_\_\_\_\_

---

### **Note Bem:**

- Leia atentamente todas as questões e todos os dados.
  - Indique todos os cálculos necessários para a resolução de cada exercício na folha de exame, exceto se esse cálculo depender de outros já realizados.
  - Cada uma das perguntas de escolha múltipla tem só uma resposta correta. Indique-a na folha de exame.
  - Não é necessário justificar as respostas às perguntas de escolha múltipla.
  - Respostas incorretas às perguntas de escolha múltipla não são descontadas na classificação do exame.
  - Na resolução do Exame, pode alterar a ordem das perguntas.
  - Pode utilizar a máquina de calcular básica e o formulário.
  - O formulário e as tabelas encontram-se em anexo.
  - O enunciado da prova fica com os docentes.
-

1. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória proveniente de uma população  $X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$  com  $0 < \theta < 1$ . Deduza o estimador de máxima verosimilhança (EMV) de  $\theta$ . [2.0]

---

2. Para avaliar o tempo médio de espera,  $\mu$ , numa consulta hospitalar, calculou-se a partir de uma amostra aleatória de 50 pacientes, uma espera média de 35 minutos e um desvio-padrão de 8 minutos (variância populacional desconhecida).

2.1. Obtenha um intervalo de confiança (IC) a 95% para o valor médio  $\mu$ . [2.0]

2.2. Assinale a afirmação verdadeira, tendo em conta um IC para o  $\mu$ : [1.0]

- A) A amplitude de um IC a 95% para o  $\mu$  de 100 é sempre maior do que a amplitude de um IC a 95% para o  $\mu$  de 80.
- B) O IC descreve a variabilidade da população.
- C) O IC é afetado pela média da população.
- D) Um IC a 95% para o  $\mu$  usando uma dada estimativa  $\bar{x}$  tem uma amplitude superior ao IC a 90% para o  $\mu$  usando essa mesma estimativa  $\bar{x}$ .
- E) A amplitude de um IC a 99% para o  $\mu$  aumenta quando a dimensão da amostra aumenta.

2.3. Teste ao nível de significância de 10% se o tempo médio de espera, numa consulta hospitalar, é superior a 30 minutos. [2.5]

2.4. Num teste estatístico: [1.0]

- A) Calcula-se a probabilidade de observar o resultado que se obteve para a estatística do teste ou um resultado mais extremo partindo do princípio que a hipótese nula é a hipótese do estudo.
  - B) Calcula-se a probabilidade de observar o resultado que se obteve para a estatística do teste ou um resultado mais extremo partindo do princípio que a hipótese nula é verdadeira.
  - C) Calcula-se a probabilidade de observar o resultado que se obteve para a estatística do teste ou um resultado mais extremo partindo do princípio que a hipótese nula é falsa.
  - D) Calcula-se a probabilidade de observar o resultado que se obteve para a estatística do teste ou um resultado mais extremo partindo do princípio que a hipótese alternativa é verdadeira.
  - E) Calcula-se a probabilidade de observar o resultado que se obteve para a estatística do teste ou um resultado menos extremo partindo do princípio que a hipótese alternativa é verdadeira.
-

3. Segundo as hipóteses de herança de *Mendel*, filhos de pais em que ambos os progenitores possuem sangue AB podem ter grupo sanguíneo AA, AB e BB com probabilidades: 0.25, 0.50 e 0.25, respetivamente. Recolhida uma amostra de 284 crianças com ambos os progenitores possuindo sangue do grupo AB, obtiveram-se os seguintes resultados:

Grupo Sanguíneo	AA	AB	BB
Nº de Crianças	65	152	67

3.1. Será que estes resultados são consistentes com as hipóteses de herança de *Mendel*? Decida através do valor-p do teste para o nível de significância de 1%. [2.5]

3.2. A hipótese nula ( $H_0$ ) do teste estatístico referido na alínea anterior é (sendo  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ , a proporção de crianças com sangue AA, AB e BB, respetivamente): [1.0]

- A)  $H_0$ : Pelo menos alguma das proporções,  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ , é diferente das restantes.
- B)  $H_0$ :  $p_1 = p_2 = p_3 = 50\%$ .
- C)  $H_0$ :  $p_1 = 25\%$ ,  $p_2 = 50\%$ ,  $p_3 = 25\%$ .
- D)  $H_0$ :  $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$ .
- E)  $H_0$ : As populações são homogéneas.

4. Uma empresa pretende analisar as vendas de um determinado produto em vários mercados com base nos gastos em publicidade. O modelo em que se baseou foi o seguinte:

$$VENDAS = \beta_1 + \beta_2 TV + \beta_3 RADIO + \beta_4 JORNAL + u$$

Onde:

- **VENDAS** – vendas do produto, em milhares de unidades;
- **TV** – gasto em publicidade na televisão, em milhares de euros;
- **RADIO** – gasto em publicidade na rádio;
- **JORNAL** – gasto em publicidade nos jornais;
- **u** – termo de erro.

O modelo foi estimado recorrendo a uma amostra composta por 200 mercados e os resultados são os seguintes:

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.9472
Standard Error	1.6854
Observations	200

## ANOVA

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	3	4860.4061	1620.1354	570.3650	0.0000
Residual	196	556.7426	2.8405		
Total	199	5417.1488			

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>
Intercept	2.9383	0.3119	9.4209	0.0000
TV	0.1885	0.0086	21.8958	0.0000
RADIO	0.0458	0.0014	32.8116	0.0000
JORNAL	-0.0010	0.0059	-0.1766	0.8600

- 4.1. Se se gastar mais 2000 euros, divididos igualmente, em publicidade na televisão e na rádio, qual será a variação média estimada nas vendas? [1.0]
- A) Aumentam 234.3 unidades.  
 B) Aumentam 142.7 unidades.  
 C) Diminuem 10 unidades.  
 D) Aumentam 2938.3 unidades.  
 E) Não há qualquer variação.
- 4.2. Usando exclusivamente o valor-p, teste a significância individual dos gastos em publicidade na televisão e nos jornais. [2.5]
- 4.3. Obtenha e interprete o valor do coeficiente de determinação (não ajustado). [2.5]
- 4.4. Das seguintes hipóteses nulas, escolha a que traduz o teste de significância global (sendo  $\beta_j$ 's os coeficientes do modelo de regressão linear múltipla indicado acima e  $b_j$ 's os respetivos estimadores com  $j = 1, 2, 3, 4$ ) [1.0]
- A)  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$   
 B)  $H_0: b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 0$   
 C)  $H_0: \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0$   
 D)  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$   
 E)  $H_0: \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0$
- 4.5. Pretende-se agora introduzir no modelo informação qualitativa sobre se o fato de os mercados serem ou não periféricos tem impacto nas vendas. Escreva a expressão do “novo” modelo que inclui esta nova informação. [1.0]