Estatística I

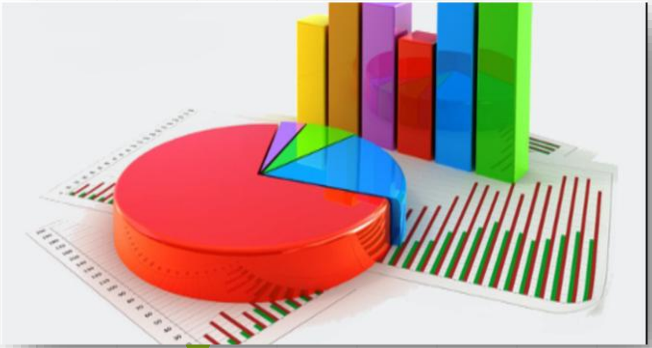
Licenciatura em Gestão do Desporto (LGD)

2.º Ano/1.º Semestre

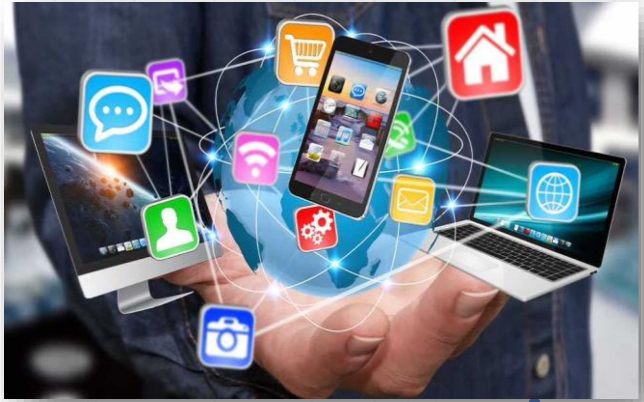
2025/2026

Aulas Teórico-Práticas N.ºs 13 e 14 (Semana 7)

Docente: Elisabete Fernandes
E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt



https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao



https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/

Conteúdos Programáticos

Aulas TP (Semanas 1 e 3)	Aulas TP (Semanas 3 a 6)	Aulas TP (Semanas 7 a 9)	Aulas TP (Semanas 10 a 12)
• **Capítulo 1**: Análise Descritiva • **Capítulo 2**: Probabilidades	• **Capítulo 3**: Variáveis Aleatórias Unidimensionais	• **Capítulo 4**: Variáveis Aleatórias Multidimensionais	• **Capítulo 5**: Variáveis Aleatórias Especiais

Material didático: Exercícios do Livro Murteira et al (2015), Formulário e Tabelas Estatísticas

Bibliografia: B. Murteira, C. Silva Ribeiro, J. Andrade e Silva, C. Pimenta e F. Pimenta; *Introdução à Estatística*, 2ª ed., Escolar Editora, 2015.

4. Variáveis aleatórias multivariadas

4.1. Variáveis aleatórias bidimensionais

4.2. Função de distribuição conjunta

4.3. Função de distribuição marginal

4.4. Independência de variáveis aleatórias multivariadas

4.5. Variáveis aleatórias discretas multivariadas

4.6. Variáveis aleatórias contínuas multivariadas

4.7. Funções de distribuição condicionais

4.8. Valores esperados de funções de variáveis aleatórias multivariadas

4.9. Valores esperados marginais

4.10. Momentos em relação à origem

4.11. Momentos em relação à média

4.12. A covariância

4.13. O coeficiente de correlação

Pares Aleatórios Discretos: Exercícios do Murteira et al (2015)

1

Distribuição Conjunta, Marginais e Condicionais; Independência; Covariância e Correlação

1. Numa dada loja de componentes para computadores, as vendas diárias de discos rígidos das marcas X e Y têm a seguinte função probabilidade conjunta:

$y \setminus x$	**0**	**1**	**2**
0	0.12	0.25	0.13
1	0.05	0.30	0.01
2	0.03	0.10	0.01

a) Determine as funções de distribuição marginais de X e de Y.

b) Qual a probabilidade de, num dia, a marca X ser a mais vendida?

c) Qual a proporção de dias em que se vende igual número de discos das marcas referidas?

d) Obtenha a função probabilidade de X, nos dias em que se vende exactamente um disco da marca Y.

e) Verifique se as variáveis são independentes.

f) Calcule as médias e as variâncias de X e de Y.

g) Calcule o coeficiente de correlação.

h) Verifique que $E(Y \mid X = x)$ não coincide com $E(Y)$. Comente.

i) Calcule a média e a variância de $Z = X - Y$.

Exercício 1 (a): Funções de Probabilidade Marginais

Função probabilidade de X

- $f_X(0) = 0.12 + 0.05 + 0.03 = 0.20$
- $f_X(1) = 0.25 + 0.30 + 0.10 = 0.65$
- $f_X(2) = 0.13 + 0.01 + 0.01 = 0.15$

$$\longrightarrow \quad f_X(x) = \begin{cases} 0.20 & (x = 0) \\ 0.65 & (x = 1) \\ 0.15 & (x = 2) \end{cases}$$

Função probabilidade de Y

- $f_Y(0) = 0.12 + 0.25 + 0.13 = 0.50$
- $f_Y(1) = 0.05 + 0.30 + 0.01 = 0.36$
- $f_Y(2) = 0.03 + 0.10 + 0.01 = 0.14$

$$\longrightarrow \quad f_Y(y) = \begin{cases} 0.50 & (y = 0) \\ 0.36 & (y = 1) \\ 0.14 & (y = 2) \end{cases}$$

Exercício 1 (a): Funções de Probabilidade Marginais

Logo, as funções de distribuição marginais são dadas por:

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 0.20 & (0 \leq x < 1) \\ 0.85 & (1 \leq x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

$$F_y(y) = \begin{cases} 0 & (y < 0) \\ 0.50 & (0 \leq y < 1) \\ 0.86 & (1 \leq y < 2) \\ 1 & (y \geq 2) \end{cases}$$

Exercício 1 (b): Probabilidade

$$P(X > Y) = \sum_{x>y} f_{X,Y}(x,y) = f_{X,Y}(1,0) + f_{X,Y}(2,0) + f_{X,Y}(2,1) = 0.25 + 0.13 + 0.01 = 0.39$$

Exercício 1 (c): Probabilidade

$$P(X=Y) = \sum_{x=y} f_{X,Y}(x,y) = f_{X,Y}(0,0) + f_{X,Y}(1,1) + f_{X,Y}(2,2) = 0.12 + 0.30 + 0.01 = 0.43$$

Exercício 1 (d): Probabilidade Condicional

Quer-se: $f_{X|Y=1}(x) = \dfrac{f_{X,Y}(x,1)}{f_Y(1)}$

- $x = 0 \rightarrow f_{X|Y=1}(0) = \dfrac{f_{X,Y}(0,1)}{f_Y(1)} = \dfrac{0.05}{0.36} = \dfrac{5}{36}$

- $x = 1 \longrightarrow f_{X|Y=1}(1) = \dfrac{f_{X,Y}(1,1)}{f_Y(1)} = \dfrac{0.30}{0.36} = \dfrac{30}{36}$

- $x = 2 \longrightarrow f_{X|Y=1}(2) = \dfrac{f_{X,Y}(2,1)}{f_Y(1)} = \dfrac{0.01}{0.36} = \dfrac{1}{36}$

Logo,

$$f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} 5/36 & (x=0,\ y=1 \text{ fixo}) \\ 30/36 & (x=1,\ y=1 \text{ fixo}) \\ 1/36 & (x=2,\ y=1 \text{ fixo}) \end{cases}$$

Exercício 1 (e): Independência

X e Y são independentes se e só se: $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)\, f_Y(y)$, $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$

$f_{X,Y}(0,0) = 0.12$ e $f_X(0) \cdot f_Y(0) = 0.20 \times 0.50 = 0.10$

Logo, $f_{X,Y}(0,0) \neq f_X(0)\, f_Y(0)$, pelo que X e Y não são independentes.

Exercício 1 (f): Valor Médio e Variância

$$E(X) = \sum_{(x,y)} x \cdot f_{X,Y}(x,y) = 0 \times 0.12 + 1 \times 0.25 + 2 \times 0.13 + 0 \times 0.05 + 1 \times 0.30 + 2 \times 0.01$$

$$+ 0 \times 0.03 + 1 \times 0.10 + 2 \times 0.01 = 0.95$$

$$E(X^2) = \sum_{(x,y)} x^2 f_{X,Y}(x,y) = 0^2 \times 0.12 + 1^2 \times 0.25 + 2^2 \times 0.13 + 0^2 \times 0.05 + 1^2 \times 0.30 + 2^2 \times 0.01 +$$

$$+ 0^2 \times 0.03 + 1^2 \times 0.10 + 2^2 \times 0.01 = 1.25$$

$$\mathrm{Var}(X) = 1.25 - 0.95^2 = 0.3475$$

Exercício 1 (f): Valor Médio e Variância

$$E(Y) = \sum_{(x,y)} y \cdot f_{X,Y}(x,y) = 0 \times 0.12 + 0 \times 0.25 + 0 \times 0.13 + 1 \times 0.05 + 1 \times 0.30 + 1 \times 0.01 +$$

$$+ 2 \times 0.03 + 2 \times 0.10 + 2 \times 0.01 = 0.64$$

$$E(Y^2) = \sum_{(x,y)} y^2 \cdot f_{X,Y}(x,y) = 0^2 \times 0.12 + 0^2 \times 0.25 + 0^2 \times 0.13 + 1^2 \times 0.05 + 1^2 \times 0.30 + 1^2 \times 0.01 +$$

$$+ 2^2 \times 0.03 + 2^2 \times 0.10 + 2^2 \times 0.01 = 0.92$$

$$Var(Y) = 0.92 - 0.64^2 = 0.5104$$

Exercício 1 (g): Coeficiente de Correlação

$$\rho_{x,y} = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}}$$

- $Cov(x,y) = E(xy) - E(x)E(y)$

- $E(xy) = \sum_{(x,y)} xy\, f_{x,y}(x,y) = 0\times0\times0.12 + 1\times0\times0.25 + 2\times0\times0.13 +$
$+ 0\times1\times0.05 + 1\times1\times0.30 + 2\times1\times0.01 +$
$+ 0\times2\times0.03 + 1\times2\times0.10 + 2\times2\times0.01 = 0.56$

$Cov(x,y) = 0.56 - 0.95\times0.64 = -0.048$

Logo,

$$\rho_{x,y} = \frac{-0.048}{\sqrt{0.3475}\sqrt{0.5104}} \approx -0.1140$$

Exercício 1 (h): Valor Médio

$$E(Y|X=x) = \sum_y y \cdot f_{Y|X=x}(y)$$

$$\bullet\ X=0 \longrightarrow E(Y|X=0) = \sum_{y=0}^{2} y \cdot f_{Y|X=0}(y) = \sum_{y=0}^{2} y \cdot \frac{f_{X,Y}(0,y)}{f_X(0)} = 0 \times \frac{0.12}{0.20} +$$

$$+ 1 \times \frac{0.05}{0.20} + 2 \times \frac{0.03}{0.20} = 0.55$$

$$\bullet\ X=1 \longrightarrow E(Y|X=1) = \sum_{y=0}^{2} y \cdot f_{Y|X=1}(y) = \sum_{y=0}^{2} y \cdot \frac{f_{X,Y}(1,y)}{f_X(1)} = 0 \times \frac{0.25}{0.65} +$$

$$+ 1 \times \frac{0.30}{0.65} + 2 \times \frac{0.10}{0.65} \approx 0.77$$

Exercício 1 (h): Valor Médio

- $X = 2 \longrightarrow E(Y|X=2) = \sum_{y=0}^{2} y \cdot f_{Y|X=2}(y) = \sum_{y=0}^{2} y \cdot \frac{f_{X,Y}(2,y)}{f_X(2)} = 0 \times \frac{0.13}{0.15} +$

$$+ 1 \times \frac{0.01}{0.15} + 2 \times \frac{0.01}{0.15} = 0.20$$

Logo,

$$E(Y|X=x) = \begin{cases} 0.55 & (x=0) \\ 0.77 & (x=1) \\ 0.20 & (x=2) \end{cases} \neq E(Y) = 0.64$$

Y não é independente em média de X.

Exercício 1 (i): Valor Médio e Variância

$$Z = X - Y$$

$$E(Z) = E(X - Y) = E(X) - E(Y) = 0.95 - 0.64 = 0.31$$

$$Var(Z) = Var(X - Y) = Var(X) + Var(Y) - 2\,Cov(X, Y) = 0.3475 + 0.5104 -$$

$$= 0.3475 + 0.5104 - 2 \times (-0.048) = 0.9539$$

3. Os acertos finais para obtenção da cor desejada para uma tinta são feitos em primeiro lugar por um computador, sendo completados manualmente por um operário especializado. O número de afinações de cor levadas a efeito pelo computador varia entre uma e três. O operário examina o trabalho e procede ou não a uma última afinação manual, consoante julgar necessário.

   Da experiência passada sabe-se que:

   - Em 60% dos casos não é necessária qualquer afinação manual;
   - Em 30% dos casos o computador leva a efeito uma única afinação de cor, e, em 40% destes, já não é necessário proceder a qualquer afinação manual;
   - Em 60% dos casos o computador leva a efeito duas afinações de cor;
   - Quando o computador realiza três afinações de cor é sempre necessário afinação manual.

   Calcule a função probabilidade de (X,Y), onde X representa o número de afinações de cor realizadas pelo computador, e Y, o número de afinações manuais. Estude a independência das variáveis.

Exercício 3: Função de Probabilidade Conjunta

X - nº afinações do computador $(X = 1,2,3)$

Y - nº afinações do operário $(Y = 0,1)$

Sabe-se que:

- $P(Y=0) = 0.6 \Leftrightarrow f_Y(0) = 0.6$
- $P(X=1) = 0.3 \Leftrightarrow f_X(1) = 0.3$
- $P(Y=0 \mid X=1) = 0.4 \Leftrightarrow f_{Y|X=1}(0) = 0.4$
- $P(X=2) = 0.6 \Leftrightarrow f_X(2) = 0.6$
- $P(Y=1 \mid X=3) = 1 \Leftrightarrow f_{Y|X=3}(1) = 1$

Exercício 3: Função de Probabilidade Conjunta

$x \backslash y$	0	1	$f_x(x)$
1	$f_{x,y}(1,0)$ 0.12	$f_{x,y}(1,1)$ 0.18	0.3
2	$f_{x,y}(2,0)$ 0.48	$f_{x,y}(2,1)$ 0.12	0.6
3	$f_{x,y}(3,0)$ 0	$f_{x,y}(3,1)$ 0.1	$f_x(3)$ 0.1
$f_y(y)$	0.6	$f_y(1)$ 0.4	1

- $0.3 + 0.6 + f_x(3) = 1 \Leftrightarrow f_x(3) = 1 - 0.3 - 0.6 = 0.1$
- $0.6 + f_y(1) = 1 \Leftrightarrow f_y(1) = 1 - 0.6 = 0.4$
- $f_{y|x=1}(0) = 0.4 \Leftrightarrow \dfrac{f_{x,y}(1,0)}{f_x(1)} = 0.4 \Leftrightarrow \dfrac{f_{x,y}(1,0)}{0.3} = 0.4 \Leftrightarrow f_{x,y}(1,0) = 0.4 \times 0.3 = 0.12$
- $f_{y|x=3}(1) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{f_{x,y}(3,1)}{f_x(3)} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{f_{x,y}(3,1)}{0.1} = 1 \Leftrightarrow f_{x,y}(3,1) = 1 \times 0.1 = 0.1$

Exercício 3: Independência

X e Y são independentes se e só se: $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)\, f_Y(y)$ $\forall (x,y) \in \mathbb{R}$

Por exemplo, $f_{X,Y}(1,0) = 0.12 \neq f_X(1)\, f_Y(0) = 0.3 \times 0.6 = 0.18$

Logo, X e Y não são independentes.

7. Um comerciante vende, entre outros artigos, máquinas de calcular de certo tipo. Seja (X, Y) uma variável aleatória discreta onde X representa o número de máquinas recebidas mensalmente para venda, e Y o número de máquinas vendidas também mensalmente, com distribuição dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = 1/9 \quad (x = 1, 2, 3;\ y = 0, 1, \ldots, x).$$

   a) Calcule as funções probabilidade marginais e estude a independência entre X e Y.
   b) Calcule a função probabilidade condicionada, $f_{Y|X=2}(y)$, e diga qual o seu significado.
   c) Obtenha a função probabilidade da variável aleatória que representa o número de máquinas que ficam por vender mensalmente.
   d) Calcule a média e a variância de X e de Y.
   e) Obtenha $E(Y \mid X = x)$. Interprete o valor para $x = 2$.
   f) Determine a média e a variância do número de máquinas que ficam por vender mensalmente.
   g) Determine o coeficiente de correlação entre X e Y.

Exercício 7 (a): Funções de Probabilidade Marginais

X - nº máquinas recebidas mensalmente

Y - nº máquinas vendidas mensalmente

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{9} \quad (x = 1,2,3 \; ; \; y = 0,1,\ldots,$$

(a)

x \ y	0	1	2	3	$f_X(x)$
1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	0	$\frac{2}{9}$
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{3}{9}$
3	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$
$f_Y(y)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

Funções probabilidade marginais:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2/9 & (x = 1) \\ 3/9 & (x = 2) \\ 4/9 & (x = 3) \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} 3/9 & (y = 0) \\ 3/9 & (y = 1) \\ 2/9 & (y = 2) \\ 1/9 & (y = 3) \end{cases}$$

Exercício 7 (a): Independência

X e Y são independentes se e só se $f(x,y) = f(x)\, f(y)$, $\forall\, (x,y) \in \mathbb{R}$

Por exemplo, $f_{X,Y}(1,0) = 1/9 \neq f_X(1) \cdot f_Y(0) = 2/9 \times 3/9 = 2/27$

Logo, X e Y não são independentes.

Exercício 7 (b): Função de Probabilidade Condicionada

$P(Y=y \mid X=2) \quad (y=0,1,2)$

$f_{Y|X=2}(y) \rightarrow$ Representa as probabilidades às vendas mensais (Y) sabendo que foram recebidas duas máquinas no mês (X=2).

- $y=0 \rightarrow f_{Y|X=2}(0) = \dfrac{f_{X,Y}(2,0)}{f_X(2)} = \dfrac{1/9}{3/9} = \dfrac{1}{3}$

- $y=1 \longrightarrow f_{Y|X=2}(1) = \dfrac{f_{X,Y}(2,1)}{f_X(2)} = \dfrac{1/9}{3/9} = \dfrac{1}{3}$

- $y=2 \longrightarrow f_{Y|X=2}(2) = \dfrac{f_{X,Y}(2,2)}{f_X(2)} = \dfrac{1/9}{3/9} = \dfrac{1}{3}$

Logo,

$f_{Y|X=2}(y) = \dfrac{1}{3} \quad (y=0,1,2;\ x=2 \text{ fixo})$

Exercício 7 (c): Função de Probabilidade

$Z = X - Y \rightarrow$ nº máquinas por vender, mensalmente

$$Z = \begin{cases} 0, & (x,y) = (1,1);\ (2,2);\ (3,3) \\ 1, & (x,y) = (1,0);\ (2,1);\ (3,2) \\ 2, & (x,y) = (2,0);\ (3,1) \\ 3, & (x,y) = (3,0) \end{cases}$$

- $z = 0 \rightarrow f_Z(0) = f_{X,Y}(1,1) + f_{X,Y}(2,2) + f_{X,Y}(3,3) = 1/9 + 1/9 + 1/9 = 3/9$
- $z = 1 \rightarrow f_Z(1) = f_{X,Y}(1,0) + f_{X,Y}(2,1) + f_{X,Y}(3,2) = 1/9 + 1/9 + 1/9 = 3/9$
- $z = 2 \rightarrow f_Z(2) = f_{X,Y}(2,0) + f_{X,Y}(3,1) = 1/9 + 1/9 = 2/9$
- $z = 3 \rightarrow f_Z(3) = f_{X,Y}(3,0) = 1/9$

Logo, a função probabilidade de Z é dada por:

$$f(z) = \begin{cases} 3/9 & (z = 0) \\ 3/9 & (z = 1) \\ 2/9 & (z = 2) \\ 1/9 & (z = 3) \end{cases}$$

Exercício 7 (d): Valor Médio e Variância

$$E(X) = \sum_{(x,y)} x\, f(x,y) = 1 \times 1/9 + 1 \times 1/9 + 2 \times 1/9 + 2 \times 1/9 + 2 \times 1/9 + 3 \times 1/9 + 3 \times 1/9 +$$
$$+ 3 \times 1/9 + 3 \times 1/9 = 20/9 \approx 2.222$$

Ou, pela função probabilidade marginal de X: $E(X) = \sum_{x} x\, f_X(x)$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

- $E(X^2) = \sum_{(x,y)} x^2 f(x,y) = 1^2 \times 1/9 + 1^2 \times 1/9 + 2^2 \times 1/9 + 2^2 \times 1/9 + 2^2 \times 1/9 + 3^2 \times 1/9 + 3^2 \times 1/9 +$
$$+ 3^2 \times 1/9 + 3^2 \times 1/9 = 50/9$$

Exercício 7 (d): Valor Médio e Variância

- Ou, pela função probabilidade marginal de X: $E(X^2) = \sum_x x^2 f_X(x)$

$Var(X) = 50/9 - (20/9)^2 = 50/81 \approx 0.6173$

$E(Y) = \sum_{(x,y)} y\, f(x,y) = 1 \times 1/9 + 1 \times 1/9 + 1 \times 1/9 + 2 \times \frac{1}{9} + 2 \times 1/9 + 3 \times 1/9 = 10/9 \approx 1.1111$

Ou, pela função probabilidade marginal de Y: $E(Y) = \sum_y y\, f_Y(y)$

$Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$

- $E(Y^2) = \sum_{(x,y)} y^2 f(x,y) = 1^2 \times 1/9 + 1^2 \times 1/9 + 1^2 \times 1/9 + 2^2 \times 1/9 + 2^2 \times 1/9 + 3^2 \times 1/9 = 20/9 \approx 2.2$

- Ou, pela função probabilidade marginal de Y: $E(Y^2) = \sum_y y^2 f_Y(y)$

$Var(Y) = 20/9 - (10/9)^2 = 80/81 \approx 0.9877$

Exercício 7 (e): Valor Médio

$$E(Y|X=x) = \sum_y y\, f_{Y|X=x}(y) := \sum_y y\, \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_X(x)}$$

- $\underline{x=1}$: $E(Y|X=1) = \sum_y y \frac{f_{X,Y}(1,y)}{f_X(1)} = 0 \times \frac{f_{X,Y}(1,0)}{f_X(1)} + 1 \times \frac{f_{X,Y}(1,1)}{f_X(1)} +$

$$+ 2 \times \frac{f_{X,Y}(1,2)}{f_X(1)} + 3 \times \frac{f_{X,Y}(1,3)}{f_X(1)} = \frac{1/9}{2/9} = \frac{1}{2} = 0.5$$

- $\underline{x=2}$: $E(Y|X=2) = \sum_y y \frac{f_{X,Y}(2,y)}{f_X(2)} = 0 \times \frac{f_{X,Y}(2,0)}{f_X(2)} + 1 \times \frac{f_{X,Y}(2,1)}{f_X(2)} +$

$$+ 2 \times \frac{f_{X,Y}(2,2)}{f_X(2)} + 3 \times \frac{f_{X,Y}(2,3)}{f_X(2)} = \frac{1/9}{3/9} + 2 \times \frac{1/9}{3/9} = 1$$

Quando se recebe duas máquinas no mês, vende-se em média, uma máquina.

Exercício 7 (e): Valor Médio

- $\underline{x=3}$: $E(Y|X=3) = \sum_y y \cdot \frac{f_{X,Y}(3,y)}{f_X(3)} = 0 \times \frac{f_{X,Y}(3,0)}{f_X(3)} + 1 \times \frac{f_{X,Y}(3,1)}{f_X(3)} +$

$$+ 2 \times \frac{f_{X,Y}(3,2)}{f_X(3)} + 3 \times \frac{f_{X,Y}(3,3)}{f_X(3)} = 1 \times \frac{1/9}{4/9} + 2 \times \frac{1/9}{4/9} +$$

$$+ 3 \times \frac{1/9}{4/9} = \frac{6}{4} = 1.5$$

Exercício 7 (f): Valor Médio e Variância

$Z = X - Y \rightarrow$ nº máquinas por vender, mensalmente

$$E(Z) = E(X-Y) = E(X) - E(Y) = 20/9 - 10/9 = 10/9 \approx 1.111$$

Ou, pela função probabilidade de Z, em e) : $E(Z) = \sum_z z \cdot f_Z(z)$

$$Var(Z) = Var(X-Y) = Var(X) + Var(Y) - 2\,Cov(X,Y)$$

- $Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)\,E(Y)$, onde :

$$E(XY) = \sum_{x,y} xy\, f(x,y) = 1\times 0\times 1/9 + 1\times 1\times 1/9 + 1\times 2\times 0 + 1\times 3\times 0 + 2\times 0\times 1/9 + 2\times 1\times 1/9 +$$

$$+ 2\times 2\times 1/9 + 2\times 3\times 0 + 3\times 0\times 1/9 + 3\times 1\times 1/9 + 3\times 2\times 1/9 + 3\times 3\times 1/9 =$$

$$= 25/9$$

Exercício 7 (f): Valor Médio e Variância

- $Cov(X,Y) = 25/9 - (20/9)(10/9) = 25/81$

$Var(Z) = 50/81 + 80/81 - 2(25/81) = 80/81 \approx 0.9877$

Ou, pela função probabilidade de Z, em e): $Var(Z) = E(Z^2) - [E(Z)]^2$,

- $E(Z^2) = \sum_z z^2 \cdot f_Z(z)$

Exercício 7 (g): Coeficiente de Correlação

Coeficiente de correlação entre X e Y: $\rho_{X,Y} = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \, \sigma_Y} = \dfrac{25/81}{\sqrt{50/81} \cdot \sqrt{80/81}} \approx 0.3928$

Obrigada!

Questões?