

(**Nota:** Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efetuados.)

1. A empresa Sofaz pretende determinar o número de cadeirões de cada um de três tipos, a fabricar por mês. Para isso dispõe de 115 rolos de couro e 130 rolos de tecido. A secção de corte e montagem tem 250 horas máquina (h.m.) disponíveis mensalmente. A empresa tem um contrato com um cliente para o abastecer mensalmente com pelo menos 35 cadeirões de dois tipos (tipo 2 e tipo 3). Toda a produção consegue ser vendida e a receita unitária é 35, 25 e 20 unidades monetárias (u.m.) por cada cadeirão de tipo 1, 2 e 3, respetivamente. Para resolver o problema foi formulado o seguinte modelo de programação linear:

$$\text{Max } Z = 35x_1 + 25x_2 + 20x_3$$

$$\text{s. a: } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 115 & \text{R1} \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 130 & \text{R2} \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 250 & \text{R3} \\ x_2 + x_3 \geq 35 & \text{R4} \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Este problema foi resolvido pelo *Solver* do Excel e obteve-se o relatório de sensibilidade que se apresenta seguidamente.

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$9	C1	35	0	35	1E+30	16,875
\$D\$9	C2	5	0	25	27	75
\$E\$9	C3	30	0	20	75	30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$4	R1	115	12,5	115	23,33	30
\$F\$5	R2	130	10,0	130	15	90
\$F\$6	R3	215	0,0	250	1E+30	35
\$F\$7	R4	35	-22,5	35	26,25	6

- a) (1,5 val.) Indique a solução ótima (variáveis de decisão e de desvio) do problema dado. Interprete o seu significado no contexto do problema.
- b) (0,5 val.) Justifique quais as restrições **não** saturadas na solução ótima.
- c) (1,5 val.) Escreva a solução ótima do dual (só variáveis de decisão) e interprete o significado da 1ª e da 4ª variável no contexto do problema.
- d) (2,0 val.) A direção da empresa dispõe de 120 u.m. a fundo perdido para comprar mais rolos de apenas uma das matérias-primas, couro ou tecido. Sabendo que cada rolo extra custa 30 u.m., seja de couro ou de tecido, aconselhe a direção justificando qual a melhor opção e as respetivas consequências na receita total, caso se pretenda que não haja alteração no conjunto de variáveis básicas
- e) (1,5 val.) Analise as consequências na solução ótima e no valor ótimo de um aumento de 5 u.m. na receita de um cadeirão de tipo 1, utilizando os relatórios disponibilizados.
- f) (2,0 val.) Valerá a pena considerar o fabrico de um novo tipo de cadeirão cuja produção unitária consome 1 rolo de couro, 0,5 rolos de tecido e 2 h.m. da secção de corte e montagem, proporcionando uma receita de 15 u.m.?

- g) (1,5 val.) Faça as alterações ao modelo que permitam incorporar as três novas condições seguintes:
- (i) os cadeirões de tipo 1 e de tipo 3 sendo muito semelhantes não devem ser fabricados em simultâneo;
 - (ii) existe uma quantidade ilimitada de um dos tipos de rolo, ou seja, ou R1 é redundante ou R2 é redundante;
 - (iii) o fabrico de cadeirões de tipo 1 exige o fabrico de cadeirões de tipo 2.

2. (2,5 val.) Considere o seguinte problema de programação linear e faça **uma iteração** do método do Simplex. Escreva e classifique a solução obtida.

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$\text{s. a: } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 120 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

3. No início do ano letivo uma empresa de distribuição tem pedidos de entrega urgente de 40 livros em Coimbra e 30 em Tomar. A distribuidora pode abastecer-se com 50 livros em Lisboa e 40 em Santarém, mas só admite fazer os trajetos cujas distâncias se apresentam na tabela seguinte. Adicionalmente, os veículos usados nas ligações a partir de Batalha só têm capacidade para transportar até 30 livros.

	Santarém	Batalha	Tomar	Coimbra
Lisboa	75	120	–	–
Santarém	–	75	70	–
Batalha	–	–	45	90
Tomar	–	–	–	80

- a) (2,0 val.) Supondo que o tempo de viagem é proporcional às distâncias, apresente um modelo de otimização em redes que lhe permita resolver o problema da empresa.
- b) (2,0 val.) Identifique uma solução admissível para o problema, justificando que se trata, de facto, de uma solução admissível.
4. Discuta as seguintes afirmações:
- a) (1,5 val.) Seja c_{ij} o custo de afetar o indivíduo i à tarefa j , com $i, j = 1, \dots, n$. O custo total de afetação dos n indivíduos à realização das n tarefas nunca é inferior a $\sum_{k=1}^n c_{kk}$.
- b) (1,5 val.) Se numa iteração, ao aplicar o algoritmo de Prim para a determinação de uma árvore geradora mínima, escolher uma aresta que não seja a de menor custo entre as admissíveis para incluir na árvore, então a solução já não será ótima.



BOA SORTE