

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO  
INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

6 de junho de 2025

**Época Recurso**

Duração: 2h00

TÓPICOS DE RESOLUÇÃO

1. a)  $x^* = (35, 5, 30, 0, 0, 35, 0)$ . Devem ser produzidos por mês 35 cadeirões T1, 5 T2 e 30 T3. A disponibilidade das matérias-primas, couro e tecido, é consumida na totalidade. A seção de montagem e corte trabalha com uma folga de 35 horas mensais e a imposição que resulta do contrato com o cliente (pelo menos 35 cadeirões T2+T3) é cumprida sem excesso.

b) Apenas a restrição 3 referente à capacidade da seção de montagem e corte está não saturada, tem uma folga de 35 horas. As restantes restrições têm todas folgas nulas.

c)  $y^* = (12.5, 10, 0, -22.5)$ .  $y_4^* = 12.5$  significa que a receita aumenta 12.5 u.m. por cada rolo adicional de couro disponível.  $y_4^* = -22.5$  significa que a receita decresce 22.5 u.m. se a exigência passar a ser 36 cadeirões dos tipos T2 e T3, em vez dos 35 exigidos atualmente. As alterações na receita são proporcionais às variações (do recurso e da exigência) desde que estas estejam nos respetivos IS.

d) 120 u.m. dá para comprar 4 rolos de couro ou de tecido. Relativamente ao couro como  $IS\Delta b_1 = [-30, 23.3]$ , e  $4 \in IS\Delta b_1$  o aumento de receita será  $y_1^* \times \Delta b_1 = 12.5 \times 4 = 50$  u.m. Relativamente ao tecido como  $IS\Delta b_2 = [-90, 15]$ , e  $4 \in IS\Delta b_2$  o aumento de receita será  $y_2^* \times \Delta b_2 = 10 \times 4 = 40$  u.m.. Portanto o mais vantajoso será comprar 4 rolos de couro.

e)  $\Delta c_1 = 5$  como  $IS\Delta c_1 = [-16.875, \infty[$  e  $\Delta c_1 \in IS\Delta c_1$  a solução ótima do primal mantém-se e o valor da receita aumenta  $x_1^* \times \Delta c_1 = 5 \times 35 = 175$  u.m.

f) A restrição dual correspondente seria  $y_1 + 0.5y_2 + 2y_3 \geq 15$ , como  $17.5 \geq 15$ , não vale a pena considerar a produção deste novo cadeirão, para valer a pena a sua receita unitária teria de ser pelo menos 17.5.

g) Definam-se as variáveis:

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{se há produção de cadeirões tipo Tj} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad j = 1, 2, 3$$

$$u = \begin{cases} 1 & \text{se há quantidade ilimitada de couro} \\ 0 & \text{se há quantidade ilimitada de tecido} \end{cases}$$

$M$  uma constante suficientemente grande e as restrições para as alíneas i) e iii):

$$x_j \leq My_j \text{ para } j = 1, 2, 3.$$

- i)  $y_1 + y_3 \leq 1$ ;  $y_1, y_3 \in \{0, 1\}$
- ii)  $2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 115 + Mu$   
 $x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 130 + M(1 - u)$   
 $u \in \{0, 1\}$
- iii)  $y_1 \leq y_2$ ;  $y_1, y_2 \in \{0, 1\}$

2. Problema na forma aumentada:

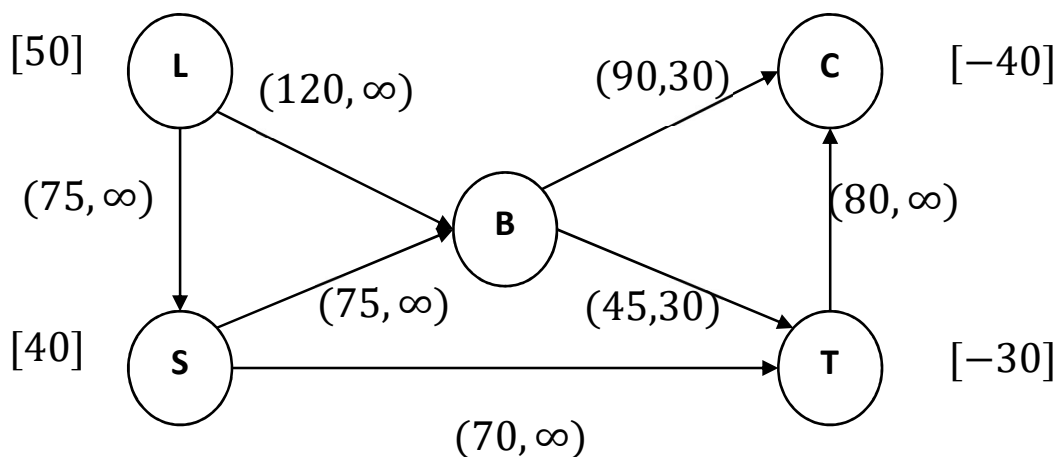
$$\text{Max } Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$\text{s. a: } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 120 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 100 \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases}$$

| VB    | Coeficientes de |          |        |       |        |       | TI  | Critérios de entrada e de saída                                                             |
|-------|-----------------|----------|--------|-------|--------|-------|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------|
|       | Z               | $x_1$    | $x_2$  | $x_3$ | $x_4$  | $x_5$ |     |                                                                                             |
| Z     | 1               | -4       | -2     | -3    | 0      | 0     | 0   | CE: $\text{Mín} \{-4; -2; -3\} = -4 \leftarrow x_1$                                         |
| $x_4$ | 0               | <u>2</u> | 3      | 1     | 1      | 0     | 120 | CS: $\left. \begin{matrix} 120/2 \\ 100/1 \end{matrix} \right\} \text{Mín} \rightarrow x_4$ |
| $x_5$ | 0               | 1        | 1      | 2     | 0      | 1     | 100 |                                                                                             |
| Z     | 1               | 0        | 4      | -1    | 2      | 0     | 240 |                                                                                             |
| $x_1$ | 0               | 1        | $3/2$  | $1/2$ | $1/2$  | 0     | 60  |                                                                                             |
| $x_5$ | 0               | 0        | $-1/2$ | $3/2$ | $-1/2$ | 1     | 40  |                                                                                             |

$x^* = (60, 0, 0, 0, 40)$  é uma solução básica admissível não ótima. Não é ótima porque há valores na linha da FO  $< 0$ .

3. a) É um problema de fluxo de custo mínimo com oferta superior à procura. Os valores junto dos arcos representam a distância e a capacidade dos mesmos,  $(c_{ij}, u_{ij})$ . Os vértices são identificados pela inicial da cidade que representam. Os valores junto dos vértices são o fluxo gerado nos mesmos.



b) Associando a cada arco  $(i, j)$  da rede definida em a) uma variável designada por  $x_{ij}$  a representar a quantidade de livros que devem atravessar esse arco uma solução admissível é por exemplo:  $x_{LS} = 30$ ;  $x_{ST} = 70$ ;  $x_{TC} = 40$ ; restantes  $x_{ij} = 0$ . Todas as restrições do problema, capacidades, ofertas, procura e conservação de fluxo, são satisfeitas.

4. a) Afirmação falsa. Basta pensar num exemplo em que as afetações do indivíduo  $k$  à tarefa  $k$  são as mais caras, como é o caso de  $c_{kk} = 100$  para  $k = 1, \dots, n$  e  $c_{ij} = 1$  para  $i \neq j$ .

b) Para haver garantia de obter uma solução ótima com a aplicação do algoritmo de Prim é necessário escolher sempre a aresta de menor custo. Contudo, existem situações em que apesar da regra não ser aplicada corretamente no final obtém-se uma solução ótima.