

## PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA I

DATA: 20 de junho de 2023

Duração: 2 horas

**Apresente todos os cálculos e justifique todas as respostas.**

1. Uma empresa de artesanato está a considerar produzir três novos objetos: vasos, candeeiros e esculturas. Semanalmente, a empresa dispõe de um total de 200 horas de trabalho e 500 unidades de matéria prima para produzir estes novos produtos. Pretende ainda que cada novo objeto produzido contribua para a sustentabilidade de modo a que a contribuição total semanal seja não inferior a 140 unidades. Com o objetivo de maximizar a receita semanal foi construído e resolvido o seguinte modelo de Programação Linear,

$$\begin{aligned} \max z &= 25x_1 + 40x_2 + 22x_3 \\ \text{s. a: } &\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 200 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 140 \\ 4x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 500 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
Z(max)	0	0	11/2	5	0	15/4	2875
$x_5$	0	0	-5/2	2	1	-1/4	135
$x_1$	1	0	-1/2	1	0	-1/4	75
$x_2$	0	1	1	-1/2	0	1/4	25

onde  $x_1, x_2$  e  $x_3$  representam a quantidade a produzir, semanalmente, de vasos, candeeiros e esculturas, respetivamente e  $x_4, x_5$  e  $x_6$  são as variáveis auxiliares associadas às restrições 1, 2 e 3, respetivamente.

- Com base no quadro ótimo apresentado, faça um pequeno relatório com os resultados mais relevantes.
- Faça a análise de sensibilidade ao preço de venda dos vasos.
- A contribuição total semanal mínima exigida foi mal calculada. Quais as consequências exatas de passar para o dobro?
- Devido a terem deixado de ser produzidos outros produtos, deixou de ser necessário considerar a restrição relativa à matéria prima. Considere, por isso, o problema original mas sem essa restrição.
  - Escreva o seu dual e resolva-o graficamente;
  - A partir da resolução gráfica do dual obtenha a solução ótima do primal (sem aplicar o simplex).
  - Determine graficamente o intervalo de sensibilidade ao preço de venda dos candeeiros.

2. Um hospital tem três postos de enfermagem e três equipas de enfermeiros que poderão atender os utentes nesses postos. A equipa 1 tem disponibilidade semanal de 55 horas e as equipas 2 e 3 têm disponibilidade semanal de 40 e 50 horas, respetivamente. O posto de enfermagem 1 precisa de abrir 50h por semana; para os postos 2 e 3 os valores são 60 e 45 horas por semana, respetivamente.

Cada hora de enfermagem da equipa 1 custa 9€, 10€ e 11€, conforme seja realizada no posto 1, 2 e 3, respetivamente; os valores correspondentes para a equipa 2 são 10€, 12€ e 10€ e para a equipa 3 são 12€, 11€ e 9€.

Também é possível recorrer a uma bolsa de enfermeiros reformados, mas só no caso de não haver enfermeiros suficientes nas três equipas e apenas se pode contratar o número de horas em falta. Cada hora de um enfermeiro reformado custa 11€.

- a) Formalize e resolva o problema de determinar uma forma de ter os postos de enfermagem abertos aos utentes durante o tempo desejado, ao custo mínimo. Justifique convenientemente a sua resposta.

Sugestão: determine a primeira s.b.a. pelo método do mínimo da matriz de custos.

- b) Exigir que a contratação de enfermeiros reformados seja feita apenas para trabalharem as horas em falta tornou a solução mais cara? Em caso afirmativo, determine uma solução mais barata do que a da alínea anterior, admitindo agora que é possível contratar as horas que se quiser aos enfermeiros reformados.

3. Uma certa empresa tem três fábricas com capacidade de produção em excesso (isto é, não aproveitada). É preciso produzir um novo produto e qualquer das fábricas pode fazê-lo. Este produto pode ser feito em três tamanhos – G, M e P – que dão um lucro unitário de 4.2, 3.6 e 3 euros, respetivamente.

As fábricas F1, F2 e F3 têm capacidade para produzir, por dia, 750, 900 e 450 unidades, respetivamente (independentemente do tamanho).

O espaço de armazenamento de cada fábrica é uma limitação. As fábricas F1, F2 e F3 têm 13 000, 12 000 e 5 000 dm<sup>3</sup> disponíveis, por dia. Cada unidade do produto ocupa 20, 15 e 12 dm<sup>3</sup>, consoante seja G, M ou P.

O departamento de vendas informa que conseguirá vender, por dia, 900, 1 200 e 700 unidades dos tamanhos G, M e P, respetivamente.

Para uniformizar, ficou decidido que a produção deste novo produto será distribuída pelas três fábricas, proporcionalmente à sua capacidade de produção disponível.

Apresente um modelo de PL para este problema, de forma a maximizar o lucro. Não o resolva.

Cotação:

1a	1b	1c	1d i	1d ii	1d iii	2a	2b	3
2	2	2	2	2	2	3,5	1,5	3