

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA I

DATA: 7 de junho de 2024

Duração: 2 horas

Apresente todos os cálculos e justifique convenientemente todas as respostas.

1. Uma unidade fabril está a estudar a possibilidade de produzir quatro novos produtos, P1, P2, P3 e P4, para os quais dispõe de 650 horas-máquina e de 700 horas-homem, mensalmente. Com o propósito de maximizar a receita mensal, e respeitando a restrição de marketing, foi construído o modelo de PL (onde x_j representa a quantidade a produzir mensalmente do produto $P_j, j = 1, 2, 3$)

$$\begin{aligned} \max z &= 7x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 6x_4 \\ \text{s. a: } &\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 650 \\ 5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 4x_4 \leq 700 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 50 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, \end{cases} \end{aligned}$$

e foi obtido o quadro ótimo seguinte,

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	t.i.
Z(max)	1/2	0	5/2	0	1/2	1	0	1025
x_7	1/4	0	1	0	0	1/4	1	125
x_2	0	1	3/2	0	-1/2	1/2	0	25
x_4	5/4	0	1/2	1	1/2	-1/4	0	150

sendo x_5, x_6 e x_7 as variáveis auxiliares associadas à primeira, segunda e terceira restrições, respetivamente.

- Escreva o problema dual e identifique uma sua solução ótima.
- Faça um pequeno relatório a apresentar à direção da empresa, com toda a informação presente no quadro ótimo.
- Para que valores do preço de venda de P2 é que pode garantir que o plano ótimo de produção não se altera?
- O gerente gostaria de só produzir P2 e P4, mas apenas com metade dos recursos. Averigue se tal é possível.
- O gerente esperava que o plano ótimo de produção incluísse os dois produtos mais caros e não compreende como pode a receita máxima ser obtida produzindo apenas os dois produtos mais baratos. Averigue as consequências de produzir pelo menos uma unidade do total dos produtos mais caros.
- Qual o preço de venda que teria de ser menos alterado de modo a ter várias soluções ótimas?

2. Uma empresa pretende enviar um produto de três dos seus armazéns (A1, A2, A3) para três clientes (C1, C2, C3), ao menor custo possível. A tabela seguinte contém as quantidades disponíveis nos armazéns e os pedidos dos clientes (em toneladas), bem como os custos de transporte de cada tonelada dos armazéns para os clientes.

	C1	C2	C3	a_i
A1	3	7	8	65
A2	6	4	5	40
A3	8	3	2	35
b_j	50	60	70	

- Partindo de uma solução básica admissível obtida pelo método do canto superior esquerdo, resolva o problema e explique como deve ser feito o transporte entre os armazéns e os clientes.

- b) O responsável comercial da empresa recomendou à administração que o cliente C2 fosse totalmente satisfeito e que C3 recebesse, no mínimo, 50% das suas necessidades. A administração aceitou a recomendação. Nestas novas condições,
- Apresente um quadro de transportes que represente o problema.
 - Foi decidido abastecer C1 com apenas 45 toneladas vindas de A1 e C3 com apenas 35 toneladas vindas de A2. Averigue se esta decisão é ótima.

3. Formalize o seguinte problema como um problema de PL:

Um instituto de meteorologia tem os seguintes três departamentos

D1 - acompanhamento do clima

D2 – alterações climáticas

D3 – observação meteorológica.

Nesses departamentos estão atualmente colocados 12, 6 e 18 técnicos, respetivamente. O instituto vai proceder a uma reestruturação ao abrigo da qual vai

- criar um novo departamento, de vigilância meteorológica (D4),
- contratar mais 4 técnicos, dois dos quais já foram selecionados num concurso internacional para a área das alterações climáticas (D2),
- fazer uma redistribuição dos técnicos pelos quatro departamentos.

Sabe-se ainda que só se podem mudar técnicos do D1 para o D3 se também mudarem do D1 ou do D2 para o D4.

No quadro 1 são indicados os custos estimados de mudança de departamento (em *u.m.* por técnico). No quadro 2 são indicadas as necessidades mínimas em cada departamento (em número de técnicos) para apoio às atividades económicas mais afetadas pelas condições meteorológicas e climáticas (agricultura, indústria, transportes e desporto).

	D1	D2	D3	D4
D1	-	10	8	12
D2	9	-	7	10
D3	8	9	-	7

Quadro 1

	Agric.	Ind.	Transp.	Desp.
D1	2	2	1	1
D2	6	3	1	1
D3	4	4	3	1
D4	2	2	2	1

Quadro 2

Como deve o instituto proceder para minimizar os custos de reestruturação relativos à redistribuição dos técnicos?

(NOTA – Indique o significado de todas as variáveis e funções que usar)

Cotações:

1a	1b	1c	1d	1e	1f	2a	2b	3
2	2,5	2	1,5	2	1,5	3	2,5	3

😊 Boa sorte!!!