IO – 1º Semestre ER (03/02/2023) **Tópicos de uma Resolução <u>Incompleta</u>**

1. a) $\begin{cases} x_3 = x_4 = x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 40 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \cdots \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 15 \\ x_3 = 0 \end{cases}$

Rendimento: 550

1. b) Dual

$$Min\, W = 40y_1 + 35y_2$$

$$\text{s.a:} \begin{cases} 2y_1 + y_2 \geq 20 \\ 2y_1 + 2y_2 \geq 30 \\ y_1 + y_2 \geq 10 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

$x_1 \neq 0 \Rightarrow y_3 = 0$, no ótimo a 1ª restrição dual está saturada.

1.c.i) H1: $\Delta b_1 = 10 \in [-5; 30] \Longrightarrow \Delta Z = y_1 \times \Delta b_1 = 5 \times 10 = 50 \Longrightarrow 50 - 20 = 30$;

H2: $\Delta b_2 = 4 \in [-15; 5] \Longrightarrow \Delta Z = y_2 \times \Delta b_2 = 10 \times 4 = 40 \Longrightarrow 40 - 10 = 30$. Qualquer das hipóteses origina um acréscimo igual no rendimento total, pelo que poderá optar por uma qualquer.

1.c.ii) P3 não é produzido se $\Delta c_3 \in]-\infty; 5]$. O aumento mínimo no rendimento unitário de P3 seria superior a 5u.m.

1.c.iii) Não se pode afirmar o que está na frase, pois tal só seria possível se $\Delta b_1 \in [-5; 30]$ e $\Delta b_1 = -10$ não pertence ao I.S. respetivo, sendo necessário resolver de novo o problema.

1.d) Seja $y_j = 1$ se produzir o produto Pj, e $y_j = 0$, c.c. $(j = 1,2,3)$, M suficientemente grande:

$$\max z = 20x_1 + 30x_2 + 10x_3 - 40y_1$$

$$\text{s.a:} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 35 \\ y_2 \leq y_3 \\ x_i \leq My_i, \quad i = 1,2,3 \\ x_j \geq 0;\ y_j \in \{0,1\}\ j = 1,2,3 \end{cases}$$

2) CE: $Min\{-1; -3\} = -3 \rightarrow x_3$; CS: $Min\left\{\frac{18}{6}; \frac{6}{3}\right\} = 2 \rightarrow x_6$

VB	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	TI
z	1	-1	0	-3	0	0	0	0	0
x_4	0	1	-1	6	1	0	0	0	18
x_5	0	3	5	-3	0	1	0	0	7
x_6	0	2	1	3	0	0	1	0	6
x_7	0	0	1	0	0	0	0	1	4
z	1	1	1	0	0	0	1	0	6
x_4	0	-3	-3	0	1	0	-2	0	6
x_5	0	5	6	0	0	1	1	0	7
x_3	0	2/3	1/3	1	0	0	1/3	0	2
x_7	0	0	1	0	0	0	0	1	4

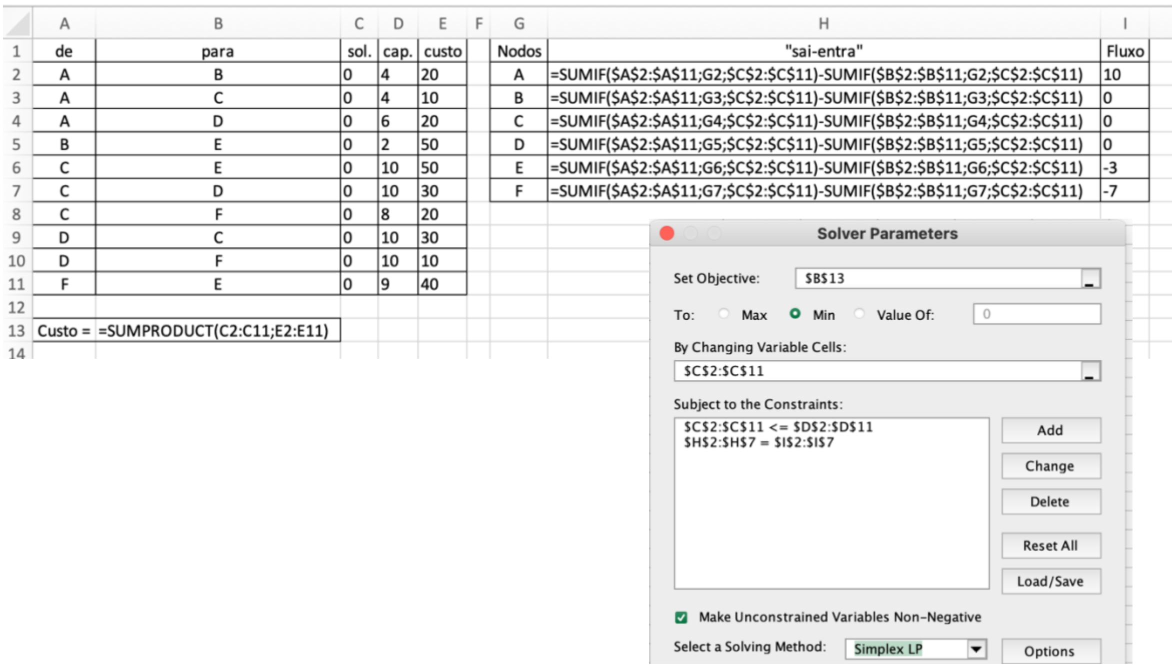
$\mathbf{x}^* = (0, 0, 2, 6, 7, 0, 4)$ - solução básica ótima porque os coeficientes na linha Z são todos ≥ 0.

3.a) Por ex., usando a definição de variáveis da 3.b): $x_{AB} = x_{BE} = 2; x_{AC} = 2; x_{CE} = x_{CF} = 1; x_{AD} = x_{DF} = 6$. Custo$= 2 \times 20 + 2 \times 50 + 2 \times 10 + 50 + 20 + 6 \times 20 + 6 \times 10 = 410$.

3.b) x_{ij} = nº de camiões a transportar no arco $(i,j) \in Arcos = \{(A,B),(A,C),(A,D),(B,E),(C,E),$ $(C,D),(C,F),(D,C),(D,F),(F,E)\}$. Restrições:

$$\begin{cases} x_{AB} + x_{AC} + x_{AD} = 10 & \mathbf{A} \\ x_{CE} + x_{CD} + x_{CF} - x_{AC} - x_{DC} = 0 & \mathbf{C} \\ x_{FE} - x_{CF} - x_{DF} = -7 & \mathbf{F} \\ x_{AB}, x_{AC} \leq 4\,;\ x_{AD} \leq 6 & \\ x_{CF} \leq 8\,;\ x_{FE} \leq 9 & \\ x_{ij} \geq 0\,,\ \ (i,j) \in Arcos & \end{cases}$$

3.c) Folha



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	de	para	sol.	cap.	custo		Nodos	"sai-entra"	Fluxo
2	A	B	0	4	20		A	=SUMIF($A$2:$A$11;G2;$C$2:$C$11)-SUMIF($B$2:$B$11;G2;$C$2:$C$11)	10
3	A	C	0	4	10		B	=SUMIF($A$2:$A$11;G3;$C$2:$C$11)-SUMIF($B$2:$B$11;G3;$C$2:$C$11)	0
4	A	D	0	6	20		C	=SUMIF($A$2:$A$11;G4;$C$2:$C$11)-SUMIF($B$2:$B$11;G4;$C$2:$C$11)	0
5	B	E	0	2	50		D	=SUMIF($A$2:$A$11;G5;$C$2:$C$11)-SUMIF($B$2:$B$11;G5;$C$2:$C$11)	0
6	C	E	0	10	50		E	=SUMIF($A$2:$A$11;G6;$C$2:$C$11)-SUMIF($B$2:$B$11;G6;$C$2:$C$11)	-3
7	C	D	0	10	30		F	=SUMIF($A$2:$A$11;G7;$C$2:$C$11)-SUMIF($B$2:$B$11;G7;$C$2:$C$11)	-7
8	C	F	0	8	20				
9	D	C	0	10	30				
10	D	F	0	10	10				
11	F	E	0	9	40				
12									
13	Custo =	=SUMPRODUCT(C2:C11;E2:E11)							
14									

3.d) Conjunto de arestas de uma possível árvore geradora: $\{(\mathrm{A},\mathrm{C}),(\mathrm{A},\mathrm{B}),(\mathrm{A},\mathrm{D}),(\mathrm{D},\mathrm{F}),(\mathrm{F},\mathrm{E})\}$, custo total $=100$.

4.a) Equilibrado: Oferta total=Procura Total $\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{m} k = \sum_{j=1}^{n} \ell \Leftrightarrow mk = n\ell \Leftrightarrow m(2\ell) = n\ell \Leftrightarrow 2m = n\ (\ell \neq 0)$.

4.b) S.A.: enviar k toneladas da origem $i\ (i = 1, \dots, m)$ para o destino i, com custo: $k\sum_{i=1}^{m}(2i) = 2k\left(\frac{1+m}{2} \times m\right) = km(m+1)$.