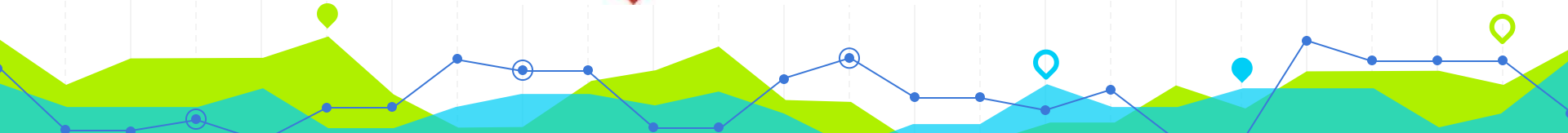




Lisbon School
of Economics
& Management

Universidade de Lisboa



Estatística II

Licenciatura em Gestão do Desporto
2.º Ano/2.º Semestre
2025/2026

Aula Teórico-Prática N.º 18 (Semana 10)

Docente: Elisabete Fernandes

E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt



<https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao>



<https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/>

Conteúdos Programáticos

Aulas Teórico-Práticas (Semanas 1 a 3)

- **Capítulo 1:** Revisões e Distribuições de Amostragem

Aulas Teórico-Práticas (Semanas 4 a 7)

- **Capítulo 2:** Estimação

Aulas Teórico-Práticas (Semanas 7 a 9)

- **Capítulo 3:** Testes de Hipóteses

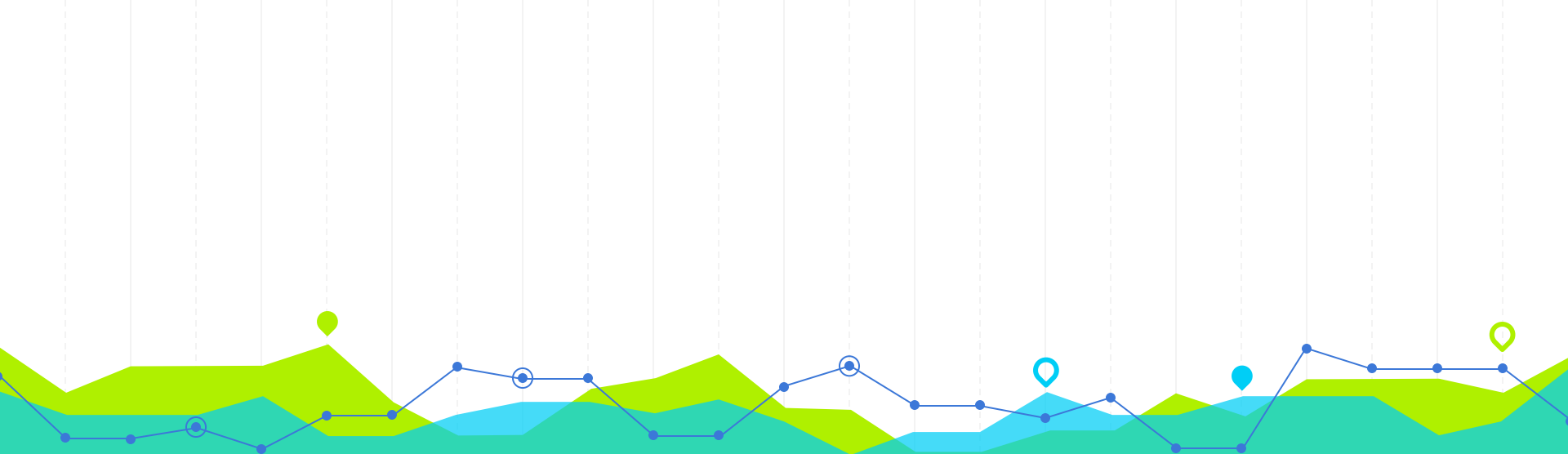
Aulas Teórico-Práticas (Semanas 10 a 13)

- **Capítulo 4:** Modelo de Regressão Linear Múltipla

Material didático: Exercícios do Livro Murteira et al (2015), Formulário e Tabelas Estatísticas

Bibliografia: B. Murteira, C. Silva Ribeiro, J. Andrade e Silva, C. Pimenta e F. Pimenta; *Introdução à Estatística*, 2ª ed., Escolar Editora, 2015.

<https://cas.iseg.ulisboa.pt>



Testes de Hipóteses para $\mu_1 - \mu_2$

Hipóteses, Estatística de Teste e Decisão
(Amostras Emparelhadas)

1

Hipóteses do Teste de Hipóteses para $\mu_1 - \mu_2$ (Amostras Emparelhadas)

Considere-se agora o caso em que as duas amostras formam um par de observações $(X_{1i}; X_{2i})$, $i = 1, \dots, n$, ou seja, trata-se de uma amostra emparelhada. Os pares de observações são independentes e retirados de populações Normais, com médias μ_1 e μ_2 e desvios padrão σ_1 e σ_2 , respectivamente. Neste caso, para testar a igualdade entre as médias populacionais, as hipóteses a formular são:

T. bilateral	T. unilateral direito	T. unilateral esquerdo
Hipóteses a testar: $H_0: \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ $\Leftrightarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$	Hipóteses a testar: $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ vs $H_1: \mu_1 > \mu_2$ $\Leftrightarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$	Hipóteses a testar: $H_0: \mu_1 \geq \mu_2$ vs $H_1: \mu_1 < \mu_2$ $\Leftrightarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$

Para realizar o teste pretendido calcular:

- $D_i = X_{1i} - X_{2i}$, $i = 1, \dots, n$;
- $\bar{D} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = \sum_{i=1}^n \frac{X_{1i}}{n} - \sum_{i=1}^n \frac{X_{2i}}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{n}$;
- $S_D^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(D_i - \bar{D})^2}{n - 1}$.

Ou seja, está-se perante um teste de hipóteses para a média no caso em que a população segue uma distribuição Normal da qual se desconhece a sua variância. Esta situação já foi descrita nos capítulos anteriores (secção 8.3.2).

Desta forma, as hipóteses a testar podem escritas da seguinte forma:

Hipóteses a testar: $H_0: \mu_D = 0$ vs $H_1: \mu_D \neq 0$	Hipóteses a testar: $H_0: \mu_D \leq 0$ vs $H_1: \mu_D > 0$	Hipóteses a testar: $H_0: \mu_D \geq 0$ vs $H_1: \mu_D < 0$
---	---	---

Um professor de estatística seleccionou aleatoriamente um grupo de 10 alunos, aprovados na disciplina pelo regime de frequências, tendo registado as suas notas nas frequências:

Aluno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª freq.	10	11	9	10	18	15	16	13	11	10
2ª freq.	9	12	12	12	18	14	18	12	13	10

Ao nível de significância de 5% pode afirmar que as notas médias dos alunos na 1ª frequência são superiores às obtidas na 2ª frequência? Assuma a Normalidade das notas.

[ProbabilidadesEstatistica_2019 \(uevora.pt\)](#)



Exercício: Teste de Hipóteses para $\mu_1 - \mu_2$ (Amostras Emparelhadas)

Sejam:

- X_1 a v.a. que representa a nota do aluno na 1ª frequência,
 - X_2 a v.a. que representa a nota do aluno na 2ª frequência,
- com $X_1 \sim N(\mu_1 = ?; \sigma_1 = ?)$ e $X_2 \sim N(\mu_2 = ?; \sigma_2 = ?)$.

$\alpha = 1\%, \mu_1 > \mu_2?$

Hipóteses:

$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \text{ vs. } H_1: \mu_1 > \mu_2$$
$$\Leftrightarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0 \text{ vs. } H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

como as amostras são emparelhadas

$$\Leftrightarrow H_0: \mu_D \leq 0 \text{ vs. } H_1: \mu_D > 0 \text{ (teste unilateral direito).}$$

Estatística de teste:

Estatística de Teste:

$$T = \frac{\bar{D} - \mu_0}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1}.$$

Exercício: Teste de Hipóteses para $\mu_1 - \mu_2$ (Amostras Emparelhadas)

Aluno (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª freq. (x_{1i})	10	11	9	10	18	15	16	13	11	10
2ª freq. (x_{2i})	9	12	12	12	18	14	18	12	13	10
$d_i = x_{1i} - x_{2i}$	1	-1	-3	-2	0	1	-2	1	-2	0

$n = 10$; $\bar{d} = -0,7$ e $s_d = 1,4944$.

$$t_{obs} = \frac{-0,7 - 0}{\frac{1,4944}{\sqrt{10}}} = -1,481.$$

Decisão (pela região de rejeição):

Pela tabela $t_{n-1; 1-\alpha} = t_{9; 0,95} = 1,833$. Logo, $R.A. :]-\infty; 1,833[$ e $R.R. : [1,833; +\infty[$.

Como $t_{obs} \in R.A.$ não rejeitar H_0 . Portanto, ao nível de significância de 5%, não existe evidência estatística de que as notas médias obtidas pelos alunos na 1ª frequência sejam superiores às da 2ª frequência.

36. Levou-se a efeito um estudo de uma amostra casual de 25 famílias com o objectivo de determinar qual a reacção dos consumidores a uma série de medidas inseridas numa campanha de poupança energética. Foram noticiados e praticados descontos para certos níveis de redução dos consumos. Observaram-se os consumos energéticos das

famílias seleccionadas durante dois meses, um antes e outro depois da campanha, X_1 e X_2 respectivamente, e calculou-se a partir dos registos, para cada família, a diferença dos consumos ($D = X_1 - X_2$) tendo-se obtido uma diferença média de 0.2 kWh e um desvio padrão corrigido (s'_D) de 1 kWh. Suponha que a quantidade de energia consumida mensalmente por uma família segue uma distribuição normal.

- Com dimensão de 0.05, que se pode afirmar sobre o êxito da campanha?
- Se os valores reportados, diferença média de 0.2 kWh e desvio padrão corrigido (s'_D) de 1 kWh, se referissem a uma amostra de 225 famílias, que pode afirmar sobre o êxito da campanha? Comente.



Exercício 36 a)

$X_1 \equiv$ Consumo energético de uma família (antes da campanha) em KWh

$X_2 \equiv$ " " " " " (depois " ") " "

$D = X_1 - X_2 \equiv$ Diferença no consumo de uma família (antes vs depois) da campanha (em KWh).

$$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$D \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \operatorname{cov}(X_1, X_2)) = N(\mu_D, \sigma_D^2)$$

Amostra casual: $n = 25$ famílias

$(X_{1i}, X_{2i}), i = 1, 2, \dots, 25$: amostra casual emparelhada de $n = 25$ famílias.

$$\bar{D} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \quad \bar{d} = 0.2 \quad s_D' = 1$$

Exercício 36 a)

a) Campanha tem sucesso se $\mu_1 > \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 > 0 \Leftrightarrow \mu_D > 0$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0 \text{ vs } H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0 \quad (\alpha = 0.05)$$

$$(\text{ou } H_0: \mu_D \leq 0) \text{ vs } H_1: \mu_D > 0)$$

$$T = \frac{\bar{D} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_D' / \sqrt{n}} = \frac{\bar{D} - \mu_D}{S_D' / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

$$\text{sob } H_0, T = \frac{\bar{D}}{S_D' / \sqrt{n}} \sim t(24)$$

$$t_{\text{obs}} = \frac{\bar{d}}{S_D' / \sqrt{25}} = \frac{0.2}{1/5} = 1$$

$$W_T = \left\{ t_{\text{obs}} : t_{\text{obs}} > t_{24, 0.05} \right\} = \left\{ t_{\text{obs}} : t_{\text{obs}} > 1.711 \right\}$$

$t_{\text{obs}} = 1 \notin W_T$ logo não se rejeita H_0 .

Exercício 36 b)

b) Neste caso, sob H_0 , teríamos $T \sim t(224)$.

$$t_{obs} = \frac{0.2}{1/\sqrt{225}} = 3$$

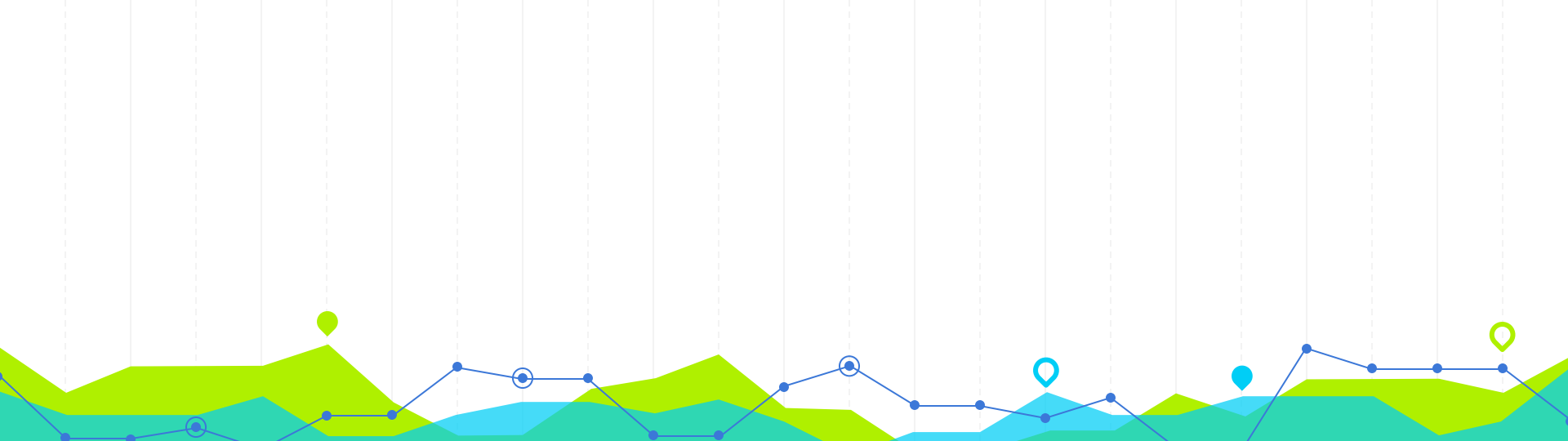
$$W_T = \left\{ t_{obs}: t_{obs} > t_{224, 0.05} \right\} =$$

$\nwarrow \approx N(0,1)$

$$= \left\{ t_{obs}: t_{obs} > 1.96 \right\}$$

$t_{obs} \in W_T$ logo rejeita-se H_0 .

Comentário: A dimensão do teste está fixa em 0.05 mas a potência do teste aumenta quando se aumenta o tamanho da amostra. Quanto maior for a potência do teste mais provável é que se rejeite H_0 (se a dimensão do teste estiver fixa). Qualquer desvio em relação ao valor de H_0 pode ser rejeitado, se a amostra for grande o suficiente.



Testes de Hipóteses para σ^2

Hipóteses, Estatística de Teste e Decisão

2

Teste de Hipóteses para σ^2 : Formulário

Variação corrigida

• POPULAÇÕES NORMAIS

Média	$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$\frac{\bar{X} - \mu}{S'/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$	$S'^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
Diferença de médias	$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$	$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1'^2}{m} + \frac{S_2'^2}{n}}} \sim t(\nu)$	
	$T = \frac{\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}}{\sqrt{\frac{(m-1)S_1'^2 + (n-1)S_2'^2}{m+n-2}}} \sim t(m+n-2)$	onde ν é o maior inteiro contido em r , $r = \frac{\left(\frac{S_1'^2}{m} + \frac{S_2'^2}{n}\right)^2}{\frac{1}{m-1} \left(\frac{S_1'^2}{m}\right)^2 + \frac{1}{n-1} \left(\frac{S_2'^2}{n}\right)^2}$	
Variação	$\frac{nS^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$		
Relação de variações	$\frac{S_1'^2}{S_2'^2} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \sim F(m-1, n-1)$		

Exercício:

Considere-se uma amostra de dimensão $n = 9$ e variância $s^2 = 100$.
Realize um Teste de Hipóteses para testar se o desvio padrão populacional é superior a 4 para o nível de significância $\alpha = 1\%$.



Exercício: Teste de Hipóteses para σ^2

Hipóteses:

Passo 0
↓
Passo 1

$$X \sim \text{N}(\mu, \sigma^2) \quad n=9 \quad \Delta^2 = 100$$

$$H_0: \sigma = 4$$

$$\alpha = 1\%$$

$$H_1: \sigma > 4$$

$$E(X) = \mu$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2$$

Exercício: Teste de Hipóteses para σ^2

Estatística de Teste:

$$\textcircled{2} \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$$

Pessoa 2

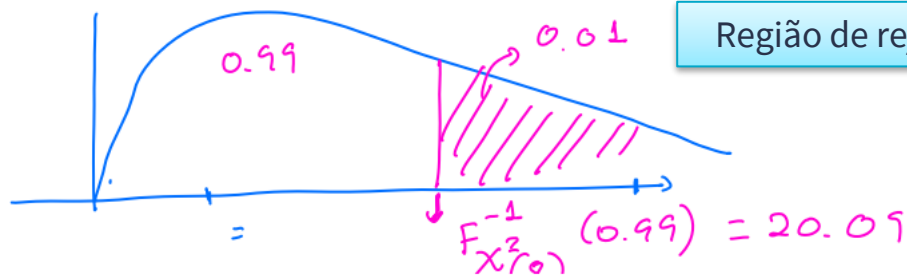
v. func. $t = \frac{8 \textcircled{S^2}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(8)}$ ~~$\frac{6 \times 25}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(6)}$~~

est. teste $T_0 = \frac{8 S^2}{16}$

valor observado $t_0 = \frac{8 \times 400}{16} = 50$

Exercício: Teste de Hipóteses para σ^2

Decisão (pela região de rejeição):



Região de rejeição $RR = [20,09; +\infty[$

Como $t_0 = 50 > 20,09$, $\rightarrow H_0$ deve ser
rejeitada para $\alpha = 1\%$.
para $\alpha \geq 1\%$

Decisão:

Rejeita-se H_0 para $\alpha = 1\%$.

Existe evidência estatística para afirmar
que o desvio padrão populacional é
superior a 4 para $\alpha = 1\%$.

Cálculo dos Quantis da Distribuição Qui-Quadrado de Probabilidade $1-\alpha$ e com $n-1$ g.l.'s

Nível de confiança ($1-\alpha=0,99$)

Nível de significância ($\alpha=0,01$)

Área total é igual a 1

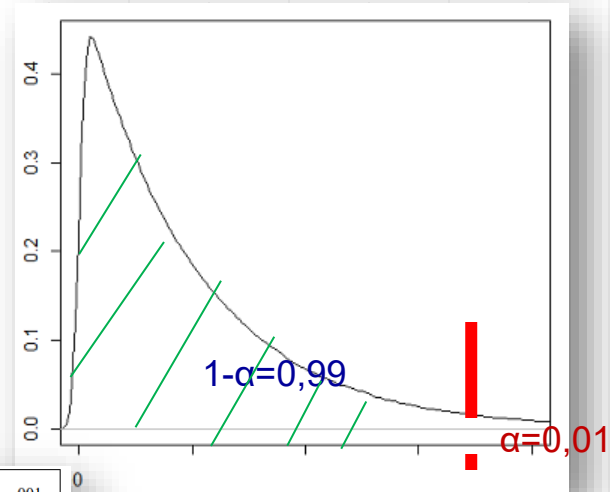
O nível de significância é $\alpha = 0,01$

Logo, pretende-se calcular o quantil da distribuição Qui-Quadrado de probabilidade $1-\alpha = 0,99$

$\chi^2_{0,99;8} = 20,09$ (ver tabela)

$$\chi^2_{n,\varepsilon} : P(X > \chi^2_{n,\varepsilon}) = \varepsilon$$

ε	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005	.001
n														
1	.000	.000	.001	.004	.016	.102	.455	1.323	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.827
2	.010	.020	.051	.103	.211	.575	1.386	2.773	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	13.815
3	.072	.115	.216	.352	.584	1.213	2.366	4.108	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	16.266
4	.207	.297	.484	.711	1.064	1.923	3.357	5.385	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	18.466
5	.412	.554	.831	1.145	1.610	2.675	4.351	6.626	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750	20.515
6	.676	.872	1.237	1.635	2.204	3.455	5.348	7.841	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	22.457
7	.989	1.239	1.690	2.167	2.833	4.255	6.346	9.037	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.321
8	1.344	1.647	2.180	2.733	3.490	5.071	7.344	10.219	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	5.899	8.343	11.389	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	6.737	9.342	12.549	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588



$\chi^2_{0,99;8} = 20,09$

Regra de decisão pelo valor-p:
 $\text{Valor-p} = P(X^2 \geq \text{VOE}) < \alpha \Rightarrow \text{Rejeita-se } H_0 \text{ para } \alpha$

Cálculo do Valor-p quando a Estatística de Teste tem Distribuição Qui-Quadrado

Decisão (pelo valor-p):

valor-p = $P(X^2 \geq 50) \sim P(X^2 \geq 26,124) = 0,001$
 (ver a tabela)

$$\chi^2_{n,\varepsilon} : P(X > \chi^2_{n,\varepsilon}) = \varepsilon$$

ε	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005	.001
n														
1	.000	.000	.001	.004	.016	.102	.455	1.323	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.827
2	.010	.020	.051	.103	.211	.575	1.386	2.773	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	13.815
3	.072	.115	.216	.352	.584	1.213	2.366	4.108	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	16.266
4	.207	.297	.484	.711	1.064	1.923	3.357	5.385	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	18.466
5	.412	.554	.831	1.145	1.610	2.675	4.351	6.626	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750	20.515
6	.676	.872	1.237	1.635	2.204	3.455	5.348	7.841	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	22.457
7	.989	1.239	1.690	2.167	2.833	4.255	6.346	9.037	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.321
8	1.344	1.647	2.180	2.733	3.490	5.071	7.344	10.219	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	5.899	8.343	11.389	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	6.737	9.342	12.549	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588

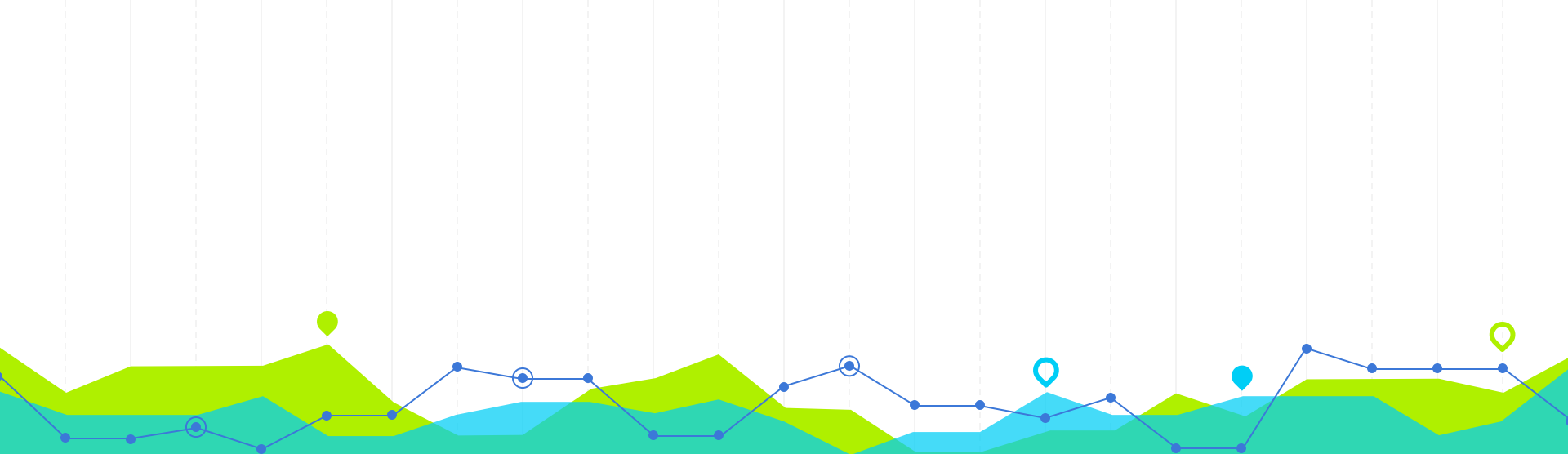
Área total é igual a 1

$P(X^2 \leq 50) \sim 0,999$

Valor-p = $P(X^2 \geq 50) \sim 0,001$

Decisão:

Rejeita-se H_0 para $\alpha = 1\%$, pois valor-p $\sim 0,001 < 0,01$. Existe evidência estatística para afirmar que o desvio padrão populacional é superior a 4 para $\alpha = 1\%$.



Testes de Hipóteses para σ_1^2/σ_2^2

Hipóteses, Estatística de Teste e Decisão

3

Teste de Hipóteses para σ_1^2/σ_2^2 : Formulário

• POPULAÇÕES NORMAIS

Variância corrigida

Média	$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$\frac{\bar{X} - \mu}{S'/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$	$S'^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
Diferença de médias	$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$	$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1'^2}{m} + \frac{S_2'^2}{n}}} \sim t(\nu)$	
	$T = \frac{\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}}{\sqrt{\frac{(m-1)S_1'^2 + (n-1)S_2'^2}{m+n-2}}} \sim t(m+n-2)$	onde ν é o maior inteiro contido em r, $r = \frac{\left(\frac{S_1'^2}{m} + \frac{S_2'^2}{n}\right)^2}{\frac{1}{m-1} \left(\frac{S_1'^2}{m}\right)^2 + \frac{1}{n-1} \left(\frac{S_2'^2}{n}\right)^2}$	
Variância	$\frac{nS^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$		
Relação de variâncias	$\frac{S_1'^2}{S_2'^2} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \sim F(m-1, n-1)$		

Teste de Hipóteses para σ_1^2/σ_2^2

Considere que duas populações Normais, com médias μ_1 e μ_2 e desvios padrão σ_1 e σ_2 , das quais se extraíram aleatoriamente duas amostras independentes com dimensão n_1 e n_2 , respectivamente. Pretende-se realizar um teste de hipóteses para comparar as variâncias populacionais σ_1^2 e σ_2^2 , i. e., para o **quociente de variâncias** (σ_2^2/σ_1^2). A estatística de teste a utilizar é:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \right)_0 \sim F_{n_1-1; n_2-1},$$

onde $(\sigma_2^2/\sigma_1^2)_0$ representa o valor que se assume para (σ_2^2/σ_1^2) em H_0 .

Teste de Hipóteses para σ_1^2/σ_2^2

Nesta secção considera-se apenas a situação em que $(\sigma_2^2/\sigma_1^2)_0 = 1$, o que equivale a comparar a igualdade das variâncias populacionais.

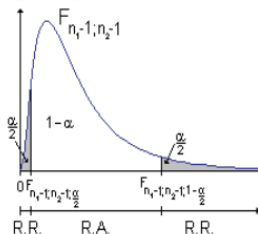
T. bilateral

Hipóteses a testar:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \Leftrightarrow$$

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \text{ vs } H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

Regiões críticas:



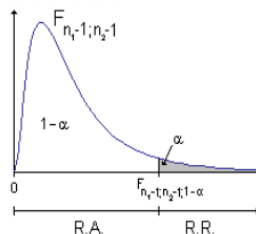
T. unilateral direito

Hipóteses a testar:

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \Leftrightarrow$$

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 1 \text{ vs } H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$$

Regiões críticas:



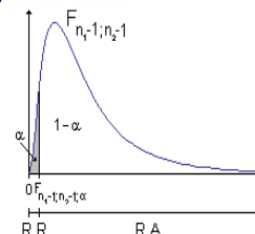
T. unilateral esquerdo

Hipóteses a testar:

$$H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \Leftrightarrow$$

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geq 1 \text{ vs } H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$$

Regiões críticas:



Nos primeiros 6 meses de vida dois grupos aleatórios de crianças seguiram esquemas de alimentação diferentes: o grupo 1 seguiu o esquema A e o grupo 2 seguiu o esquema B. No quadro seguinte apresentam-se os ganhos em peso, em kg, dessas crianças.

Grupo 1	2,7	3,2	3,6	4,1	2,7	3,2	4,5	3,6	2,7
Grupo 2	4,1	4,5	3,6	2,7	3,6	3,2	4,1		

Sabe-se que as crianças dos dois grupos tinham, ao nascer, aproximadamente pesos iguais.

Admita que as distribuições dos pesos seguem a distribuição Normal.

- Com base num teste de hipóteses, ao nível de significância de 5%, pode concluir que a variabilidade é igual nos dois grupos?
- Sem efectuar cálculos diga, justificando, qual a decisão que tomava no âmbito da alínea b), se considerasse um nível de significância de 1%?
- Para o teste da alínea a) calcule o respectivo valor p e interprete.

[ProbabilidadesEstatistica_2019\(uevora.pt\)](http://ProbabilidadesEstatistica_2019(uevora.pt))



Exercício (a)

Sejam:

- X_1 a v.a. que representa o ganho em peso, em kg, das crianças alimentadas segundo o esquema A,
- X_2 a v.a. que representa o ganho em peso, em kg, das crianças alimentadas segundo o esquema B,

Com $X_1 \sim N(\mu_1 = ?; \sigma_1 = ?)$ e $X_2 \sim N(\mu_2 = ?; \sigma_2 = ?)$.

$$n_1 = 9, \quad \bar{x}_1 = 3,3667 \quad \text{e} \quad s_1^2 = 0,4150,$$

$$n_2 = 7, \quad \bar{x}_2 = 3,6857 \quad \text{e} \quad s_2^2 = 0,3714.$$

a) $\alpha = 5\%$, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$?

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\Leftrightarrow H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \text{ vs } H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1 \text{ (teste bilateral).}$$

Exercício (a)

Estatística de teste:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \right)_0 \sim F_{n_1-1; n_2-1=8; 6}.$$

$$f_{obs} = \frac{0,4150}{0,3714} \times 1 = 1,1173.$$

Pela tabela, $f_{n_1-1; n_2-1; \frac{\alpha}{2}} = f_{8; 6; 0,25} = \frac{1}{f_{6; 8; 0,975}} = \frac{1}{4,65} = 0,215$ e $f_{n_1-1; n_2-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = f_{8; 6; 0,975} = 5,6$.

Logo, $R.A. :]0,215; 5,6[$ e $R.R. : [0; 0,215] \cup [5,6; +\infty[$

Como $f_{obs} \in R.A.$ não rejeitar H_0 . Portanto, ao nível de significância de 5%, não existe evidência estatística de que a variabilidade nos pesos seja significativamente diferente nos dois grupos.

Exercícios (b) e (c)

- b) Se $\alpha = 1\%$ a decisão tomada no teste anterior era a mesma, ou seja, não rejeitar H_0 . Esta situação é originada pelo facto de quando se diminui o nível de significância também se diminui a $R.R.$ e consequentemente a $R.A.$ aumenta. Portanto, se quando $\alpha = 5\%$ f_{obs} está na $R.A.$ então $\alpha = 1\%$ a situação mantém-se.
- c) valor $p = 2 \times \min\{P(F \leq f_{obs}); P(F \geq f_{obs})\}$
 $= 2 \times \min\{P(F \leq 1,1173); P(F \geq 1,1173)\}$
 $= 2 \times \min\{0,5409; 0,4591\}$
 $= 2 \times 0,4591 = 0,9181.$

A hipótese $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ é rejeitada para níveis de significância superiores ou iguais a 91,81%, indicando que não existe evidência de que as variâncias sejam diferentes.

34. Dois programas de alimentação de gado bovino são comparados. A variável aleatória X representa o aumento de peso (em kg) de um animal alimentado segundo o programa 1, durante um mês, enquanto Y traduz o aumento de peso (em kg) de um animal alimentado segundo o programa 2, durante igual período de tempo. Sabe-se que $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, e que as variáveis são independentes. Um grupo de 8 animais foi submetido ao primeiro programa durante um mês, tendo-se obtido

$$\sum_{i=1}^8 x_i = 416 \text{ e } \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 21807.$$

Outro grupo de 10 animais foi submetido ao segundo programa durante um mês, tendo-se obtido

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = 468 \text{ e } \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 22172.$$

- a) Teste, ao nível de 0.05, a igualdade entre as variâncias.
- b) Teste, ao nível de 0.05, a igualdade entre os valores médios supondo variâncias iguais.
- c) Teste, ao nível de 0.05, a igualdade entre os valores médios supondo variâncias diferentes.
- d) Qual dos procedimentos adoptados nas alíneas anteriores, para testar a igualdade de médias, lhe parece mais adequado?



Obrigada!

Questões?

